Das Mathebuch 4

Konzeptionsbeschreibung

Mildenberger

Inhaltsverzeichnis

1. Warum eine Neubearbeitung? ... 3

2. Rahmen für die Neubearbeitung ... 3
Schulische Rahmenbedingungen ... 3
Lernpsychologische Grundlagen ... 4
Primat der Kompetenzorientierung ... 6

3. Umsetzung beim Material für Lehrkräfte ... 10
Fachliche und fachdidaktische Einführung ... 10
Let's Teach ... 11

4. Umsetzung beim Material für Kinder ... 12
Rahmenbedingungen ... 12
Das Schulbuch ... 12
Der Lernkompass ... 13
Das Handbuch und der Diffenzierungsordner ... 13
Das Arbeitsheft ... 13
Das Förderheft ... 14
Das Forderheft ... 14
Digitale Zusatzangebote ... 14
Medienbildung und digitale Angebote ... 15
Rolle der Angebote im Medienverbund ... 16
Layout und Gestaltung ... 17
Orientierung am Kind ... 18
Erweitertes Ich-Du-Wir-Prinzip ... 18
Hefteinträge als durchgängiges Prinzip ... 19
Arbeits- und Anschauungsmittel ... 19
Differenzierung ... 20
Methodenkurs Sachrechnen ... 21
Aufbau allgemeiner und inhaltsbezogener Kompetenzen ... 27
Kapitelübersicht ... 27

5. Literatur ... 29

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

1. Warum eine Neubearbeitung?

Neue Entwicklungen in der Fachdidaktik und die Anpassung der Lehrpläne machen es notwendig, ein Lehrwerk in regelmäßigen Abständen zu überarbeiten. Zum praktischen Einsatz des Mathebuchs in der Überarbeitung von 2012 liegen inzwischen vielfältige Erfahrungen und Rückmeldungen vor. Für die Neubearbeitung wurde an das Bewährte angeknüpft, während das Werk zugleich zeitgemäßer gestaltet wurde und eine optimale Abstimmung der Inhalte und des Medienverbunds umgesetzt wurden. Bei der Neugestaltung wurde die aktuelle fachdidaktische Forschung mit der praktischen Unterrichtserfahrung verknüpft. Beim Material für Lehrkräfte gab es einige innovative und pragmatische Anpassungen, die darauf abzielen, den Vorbereitungsaufwand für Ihren Unterricht zu reduzieren und zugleich die fachdidaktische Expertise zu fördern. Im Folgenden wird zunächst der Rahmen für die Neuentwicklung dargestellt. Aus diesem lassen sich dann konkrete Umsetzungsmöglichkeiten für das Material für Lehrkräfte und für Kinder ableiten.

Für die Neubearbeitung wurde an Bewährtem angeknüpft, das Werk zeitgemäßer gestaltet und der Medienverbund optimal abgestimmt.

Abb. 1: Tim, Max, Hanna, Emma und Mira präsentieren das neue Mathebuch

2. Rahmen für die Neubearbeitung

Fachdidaktische Forschungsergebnisse alleine reichen nicht aus, um ein effektives und vor allem praxistaugliches Lehrwerkskonzept zu entwickeln. Vielmehr müssen auch die schulischen Rahmenbedingungen, lernpsychologischen Grundlagen und das Paradigma der Kompetenzorientierung in die Überlegungen mit einfließen. Diese bilden den Rahmen für die fachdidaktische Gestaltung des Lehrwerks.

Die schulischen Rahmenbedingungen, lernpsychologischen Grundlagen und das Primat der Kompetenzorientierung bilden den Rahmen für die didaktische Umsetzung.

Schulische Rahmenbedingungen

Zunächst einmal gilt es, die schulischen Rahmenbedingungen zu berücksichtigen. Diese umfassen sowohl die durchschnittliche Schulklassengröße als auch die große Heterogenität, die sich in nahezu allen Klassenzimmern findet. Mit dem Primat der Inklusion vergrößert sich die Spannweite der Lernvoraussetzungen der Kinder. Die COACTIV-Studie (Baumert et al. 2011[1,2]) konnte aufzeigen, dass dem fachlichen und dem fachdidaktischen Wissen bei der Unterrichtsgestaltung eine besondere Rolle zukommt. Dies ist insbesondere für fachfremd unterrichtende Lehrkräfte eine große Herausforderung. Falsche Vorstellungen können zu didaktischen Fehlern führen und Lernschwierigkeiten auf Seiten der Kinder verursachen. Dies gilt es besonders bei der Gestaltung des Materials für Lehrkräfte zu berücksichtigen.

Abb. 2: Rahmen für die didaktische Umsetzung

Ein weiterer wesentlicher Punkt, der bei den Rahmenbedingungen berücksichtigt werden muss, ist die fortschreitende Digitalisierung. Diese ist inzwischen ein selbstverständlicher Bestandteil unseres Alltags. Während die Kinder und Jugendlichen mit diesen Medien aufwachsen und oft über eine große praktische Medienkompetenz verfügen, fehlt ihnen für einen verantwortungsvollen und reflektierten Umgang nicht selten die kritische Medienkompetenz. Dies muss bei der Umsetzung der digitalen Bildung berücksichtigt werden. So sollte mit den Kindern immer auch thematisiert werden, ob der Einsatz digitaler Medien in jedem Fall auch sinnvoll und zweckmäßig ist.

In vielen Bundesländern gibt es inzwischen Rahmenpläne, um die Digitalisierung im Unterricht zu verankern. Es geht hierbei nicht darum, den Unterricht auf die Digitalisierung auszurichten. Vielmehr sollte die Digitalisierung in den Unterricht integriert werden. Aus den unterschiedlichen Kompetenzbereichen ergeben sich vielfältige Ansatzpunkte für den Mathematikunterricht.

Nicht alles, was technisch möglich ist, ist pädagogisch oder didaktisch auch sinnvoll. Es gilt, das auszuwählen, was einen pädagogischen oder didaktischen Mehrwert bieten kann. Die aktuellen Entwicklungen haben gezeigt, dass auch Unterrichtskonzepte für das selbstständige oder begleitete Lernen zu Hause berücksichtigt werden sollten.

Lernpsychologische Grundlagen

Bedingungen für erfolgreiches Lernen: Motivation, Vorwissen, Selbstkonzept, leichte Erregung, Aufmerksamkeit

Von großer Bedeutung ist das zugrunde liegende Verständnis von Lehren und Lernen. In der **Lernpsychologie** herrscht weitgehend Einigkeit darüber, dass dem schulischen Lernen ein aktiver Konstruktionsprozess zugrunde liegt. Zugleich zeigen Erfahrungen aus der Praxis allerdings auf, dass der Lernerfolg zusätzlich von der Strukturierung und den Impulsen der Lehrkraft abhängig ist. Die im Folgenden dargestellten Bedingungen erfolgreichen Lernens helfen bei der effektiven Gestaltung der Lernumgebungen.

Abb. 3: Bedingungen erfolgreichen Lernens

Motivation

Motivation entscheidet oft darüber, wie intensiv man sich mit Lerninhalten auseinandersetzt. Dinge, die von Interesse sind, fallen Lernenden dabei deutlich leichter. Dies hat auch Auswirkungen auf die Gestaltung der Identifikationsfiguren und Rahmenhandlungen. Echte Erfolge steigern die Leistungsmotivation. Lob wirkt nur motivierend, wenn die Lernenden es als gerechtfertigt empfinden.

Vorwissen

Lernen fällt uns leichter, wenn neue Informationen an bereits Bekanntes angeknüpft werden können. Fehlen Vorerfahrungen, können neue Inhalte nur schwer erarbeitet werden. Gemäß der kritischen Auseinandersetzung von Lev Vygotskij mit Piaget sollte Unterricht stets die „Zone der nächsten Entwicklung" – also die Inhalte, die an das Vorwissen anknüpfen – anpeilen. Inhalte, Formate und Techniken werden in lang- und kurzwelligen Spiralcurricula immer wieder aufgegriffen, wiederholt, erweitert und vertieft.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Selbstkonzept

Nur, wenn sich Lernende auch zutrauen, etwas verstehen und lernen zu können, sind sie offen, sich damit auseinanderzusetzen. Das Selbstkonzept hängt eng mit den Erfahrungen und konkreten Anforderungen zusammen. Zu komplexe Anforderungen führen dazu, dass die Gedanken mehr ums Versagen kreisen als um die eigentlichen Inhalte. Auch an dieser Stelle spielt das Anknüpfen an bekannte Inhalte eine große Rolle. Dies gibt den Kindern Sicherheit und macht sie offen für neue Erfahrungen.

Leichte Erregung

Empirische Studien konnten zeigen, dass ein Zustand leichter Erregung sehr lernförderlich ist. Kurz gesagt: Lernende sollten sich weder langweilen noch sich sehr aufregen. Neben der Rhythmisierung und dem Auftreten der Lehrkraft spielt an dieser Stelle der Grad der Neuigkeit eine wesentliche Rolle. Die ausschließliche Konzentration auf bereits beherrschte Inhalte bietet wenig Herausforderung und führt eher zu Langeweile. Ist die Herausforderung zu groß, etwa weil Anknüpfungspunkte zum Vorwissen fehlen oder die Aufgaben zu schwer sind, entsteht Unsicherheit und Angst. Dieser starke Erregungszustand blockiert das Lernen. Die Erregung darf daher auch nicht zu stark sein.

Aufmerksamkeit und Bewusstsein

Die aufmerksame Beschäftigung mit den Lerninhalten stellt einen entscheidenden Faktor für Lernerfolge dar. Nur, wenn sich Lernende bewusst mit den Inhalten auseinandersetzen, kommt es auch zu Wissenszuwachs. Gleichförmige Tätigkeiten und Tätigkeiten ohne kognitive Herausforderung führen zu passivem Handeln. Ein Beispiel ist das Abarbeiten von Arbeitsblättern. Die Lernenden rechnen hier mechanisch eine Aufgabe nach der anderen. Bewusst wird kaum noch über die einzelne Aufgabe nachgedacht, wodurch Lernfortschritte stark erschwert werden. Die Aktivitäten der Lernenden sollten daher von bewusstem Denken und Handeln geprägt sein. Reflexionen, weiterführende Impulse und Herausforderungen helfen dabei, die kognitive Aktivierung hochzuhalten.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass den Lernprozessen stets aktive Konstruktionen der Lernenden zugrunde liegen. Diese werden vom strukturellen Rahmen, den Impulsen der Lehrkraft und den angebotenen Lernumgebungen stark beeinflusst. Bei der Gestaltung des Unterrichts sollten die Bedingungen für erfolgreiches Lernen berücksichtigt werden.

Lernprozessen liegen stets aktive Konstruktionen der Lernenden zugrunde.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Primat der Kompetenzorientierung

Mit dem Beschluss der Kultusministerkonferenz zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich wurde der Beitrag des Faches Mathematik zur Bildung besonders hervorgehoben. Im Zentrum stehen die frühen mathematischen Alltagserfahrungen der Kinder, die vertieft, erweitert und zu grundlegenden mathematischen Kompetenzen entwickelt werden sollen. Besondere Aufmerksamkeit bekommen dabei die allgemeinen mathematischen Kompetenzen (auch personenbezogene Kompetenzen genannt), die untrennbar mit den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen verbunden sind.

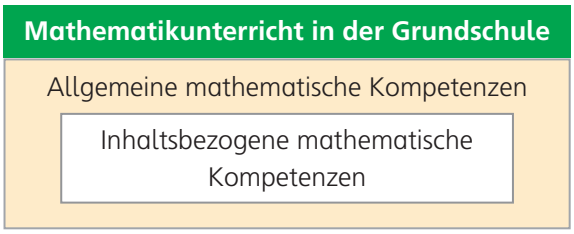


Abb. 4: Übergreifende fachliche Kompetenzen

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen sind dabei zugleich notwendig zur Erschließung der mathematischen Inhalte als auch in ihrer Weiterentwicklung von diesen abhängig. Beide sind gleichwertige Teile der übergreifenden fachlichen Kompetenzen.

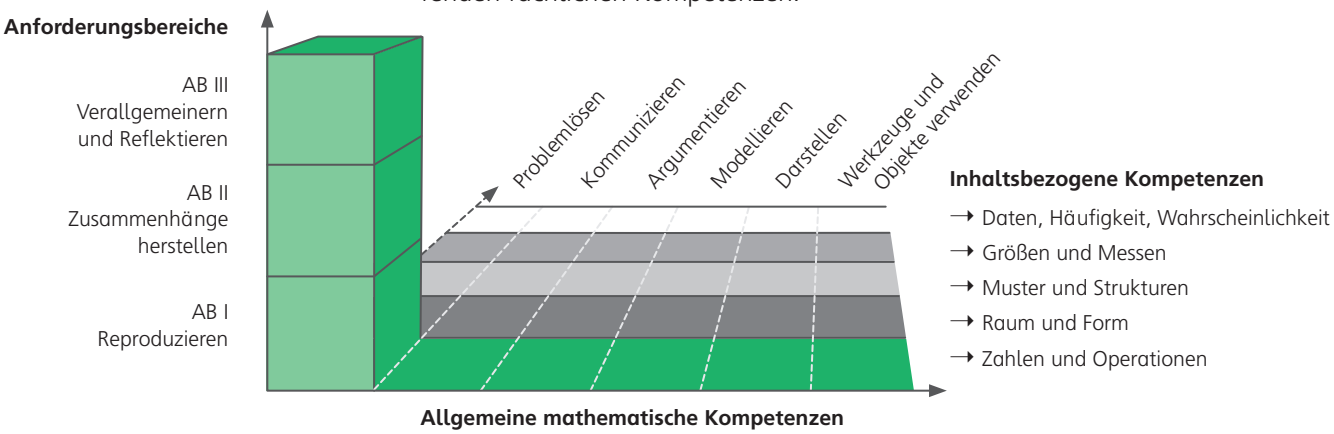


Abb. 5: Kompetenzmodell für den Mathematikunterricht in der Primarstufe (vgl. Walther & Granzer 2009, 115); erweitert um: mathematische Werkzeuge und Objekte verwenden; S.W. 2022)

Das Kompetenzmodell der Bildungsstandards verdeutlicht die enge Verbindung der allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen.

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden in den Inhaltsbereichen **„Zahlen und Operationen“**, **„Raum und Form“**, **„Muster und Strukturen“**, **„Größen und Messen“** sowie **„Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“** angewendet. Es bedarf für die Erreichung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen also keiner zusätzlichen Inhalte. Gute inhaltliche Kenntnisse schaffen eine tragfähige Basis für die Förderung der allgemeinen Lernziele und umgekehrt. Sie dienen auch der aktiven, selbstbestimmten Teilhabe der Kinder an der digitalen Welt.

Ⓟ Problemlösen

Beim **Problemlösen** sollen die Kinder ihre mathematischen Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben bewusst anwenden. Zunächst müssen sie die Problemstellung verstehen. Dazu entnehmen sie relevante Informationen und geben die Problemstellung in eigenen Worten wieder. Zur Lösungsfindung kommen in der Primarstufe vor allem heuristische Lösungsstrategien – zum Beispiel systematisches und zielorientiertes Probieren – zum Tragen. Eine weitere Möglichkeit stellt der Transfer von Vorgehensweisen und Lösungsstrategien auf ähnliche Sachverhalte dar.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Kommunizieren beinhaltet den Austausch, das Verständnis und die gemeinsame Reflexion über Vorgehensweisen und Lösungswege. Die Kompetenz ist besonders bei der gemeinsamen Bearbeitung von Aufgaben erforderlich. Mathematische Begrifflichkeiten und Sprache spielen hier eine wesentliche Rolle. Durch die Konvention eines gemeinsamen Wortschatzes können die Kinder ihre Ansätze und Vorgehensweisen erklären und die der anderen auch verstehen. Neben den mathematischen Fachbegriffen sollen auch Rechenzeichen fachgerecht verwendet werden.

Ⓚ Kommunizieren

In der Primarstufe geht es beim **Argumentieren** noch nicht um formelle Beweise. Die Lernenden sollen mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen. Aus mathematischen Zusammenhängen werden Vermutungen entwickelt. Ziel ist, dass die Kinder mathematische Begründungen für Sachverhalte und Zusammenhänge finden und nachvollziehen können. Bezold (2010) beschreibt vier Bausteine, die sie als zentrale argumentative Aktivitäten im Mathematikunterricht bezeichnet.

Ⓐ Argumentieren

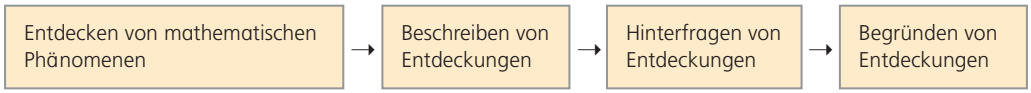


Abb. 6: Bausteine des Argumentierens in der Grundschule (Bezold 2010)

Das Modell verdeutlicht die enge Verzahnung der allgemeinen Kompetenzen beim Argumentieren. Das Entdecken mathematischer Phänomene ist eng mit dem Problemlösen verknüpft. Beim Beschreiben und Hinterfragen von Entdeckungen kommen Kommunizieren und häufig auch Modellieren zum Tragen. Die Begründungen selbst können auf dem Modellieren basieren und durch Darstellungen veranschaulicht werden.

Die Bausteine des Argumentierens verdeutlichen die Verzahnung der allgemeinen Kompetenzen.

Im Kern beinhaltet **Modellieren** die Kompetenz, Sachprobleme in die Sprache der Mathematik zu übersetzen, mit mathematischen Mitteln zu lösen und die Lösungen wieder auf die Ausgangssituation zu beziehen. Dazu müssen aus Sachsituationen, Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die für die Aufgabe relevanten Informationen entnommen werden. Im Anfangsunterricht beinhaltet die Kompetenz vor allem die Arbeit mit Rechengeschichten, das Finden von Termen und Gleichungen zu bildlichen Darstellungen und Sachaufgaben.

Ⓜ Modellieren

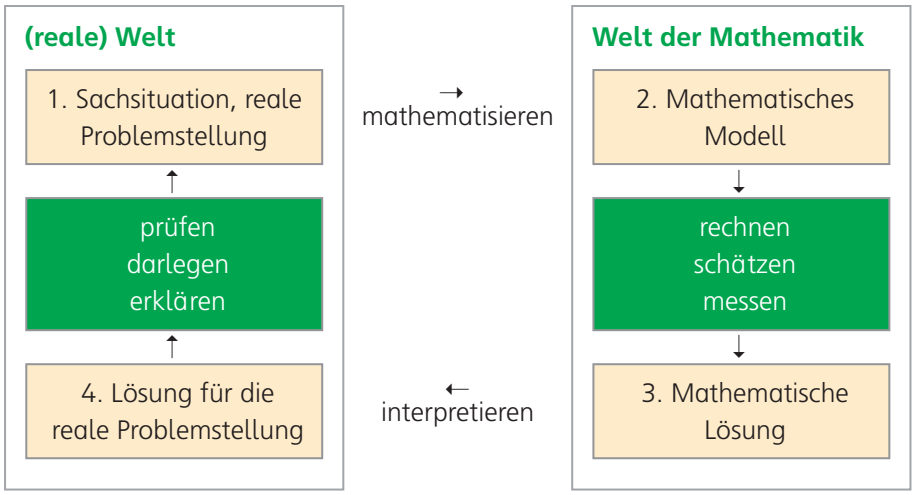


Abb. 7: Modellierungskreislauf in Anlehnung an Blum & Leiß (2005)

Der Modellierungskreislauf stellt die Prozesse beim Modellieren dar. Ausgangspunkt ist eine Realsituation, die im ersten Schritt zu einem Realmodell vereinfacht wird. Die Überführung in ein mathematisches Modell wird als Mathematisieren bezeichnet. Dazu müssen alle relevanten Fakten in Zahlenmaterial und mathematische Relationen überführt werden. Für den Anfangsunterricht könnte dies die additive oder subtraktive Interpretation einer Sachsituation sein. Es folgt die Lösung, welche mittels Rechnen, Schätzen oder Messen gefunden wird. Diese mathematische Lösung muss nun im Hinblick auf die Ausgangssituation interpretiert werden. Dabei steht die Bedeutung des Ergebnisses für die Fragestellung zur Sachsituation im Vordergrund. Schließlich muss das Ergebnis noch geprüft, erklärt und gegebenenfalls begründet werden. Somit zeigt sich auch beim Modellieren die Verzahnung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen.

Für den schulischen Unterricht bietet das Modell (Abb. 7) verschiedene Anknüpfungspunkte. Die Lösung sachbezogener Rechenaufgaben beinhaltet verschiedene Teilkompetenzen, die sowohl einzeln als auch in ihrer Verknüpfung trainiert werden können.

Ⓓ Darstellen

Mit **Darstellen** ist insbesondere die Entwicklung, Auswahl und Nutzung geeigneter Darstellungen für das Bearbeiten mathematischer Probleme gemeint. Dazu gehört ebenfalls, Darstellungen in andere Darstellungsformen zu übertragen. Dafür müssen strukturelle Merkmale erkannt werden. Die Kinder sollen Darstellungen miteinander vergleichen und hinsichtlich ihrer Eignung für die Problemlösung bewerten.

Darstellen ist damit ebenfalls eng mit den anderen allgemeinen mathematischen Kompetenzen verbunden. So können grafische Lösungshilfen, wie Skizzen oder der Rechenstrich, bei der Lösung von Problemaufgaben helfen oder ein mathematisches Modell veranschaulichen. Häufig sind Darstellungen Grundlage für die mathematische Kommunikation und Argumentation.

Beim Darstellen lassen sich die Darstellung von mathematischen Handlungen und die Darstellung von mathematischen Relationen (und Daten) voneinander abgrenzen.

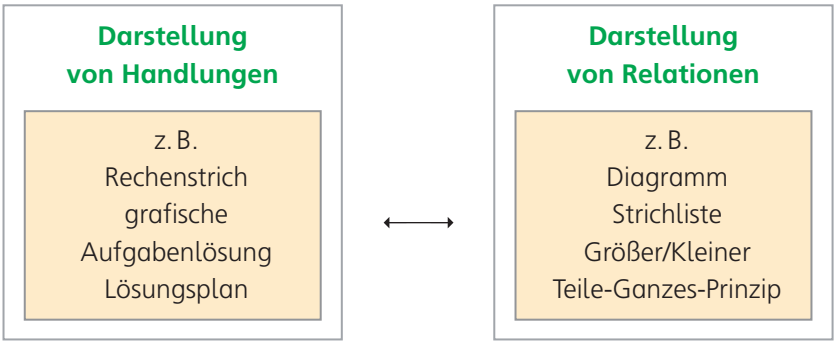


Abb. 8: Darstellungen

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Mathematische Werkzeuge und Objekte verwenden beinhaltet den fachlich sicheren Umgang mit den für die Primarstufe relevanten mathematischen Objekten (z. B. Zahlen, Symbole, Terme, Gleichungen, Ecken, Kanten, …) sowie den adäquaten Einsatz mathematischer Werkzeuge (u. a. Lineal, Zirkel, Taschenrechner, Apps). Eng verbunden mit dem Kommunizieren verknüpfen die Kinder die Alltagssprache mit den symbolischen und formalen Ausdrucksweisen. Neben der sicheren Anwendung mathematisch geeigneter Begriffe und Zeichen und dem flexiblen und sachgerechten Umgang mit Objekten und Werkzeugen beinhaltet die Kompetenz auch die Anwendung des Fakten- und Regelwissens für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Aufgabenstellungen.

Ⓜ (mathematische) Werkzeuge und Objekte verwenden

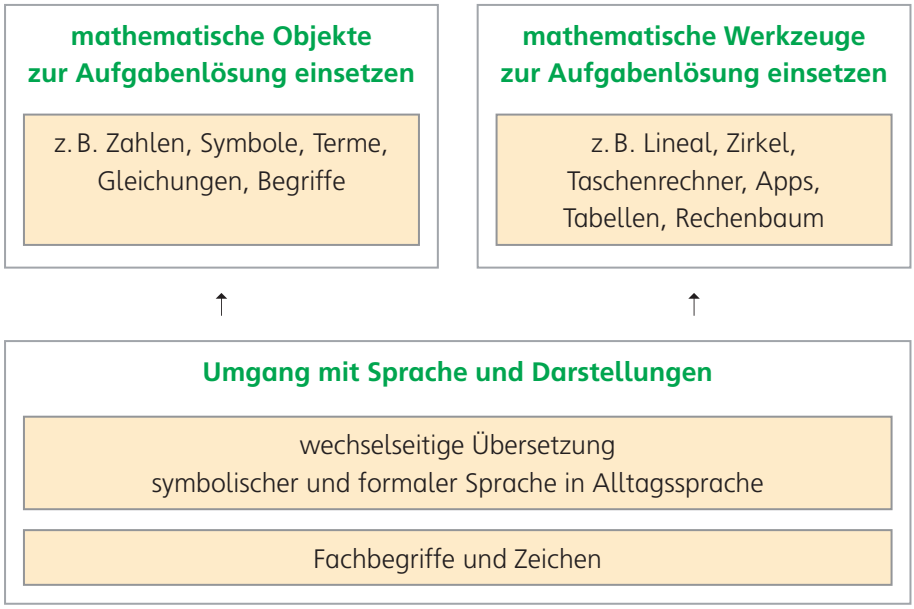


Abb. 9: Werkzeuge und Objekte

3. Umsetzung beim Material für Lehrkräfte

Mit der fachlichen und fachdidaktischen Einführung zu jedem Kapitel und „Let's Teach" wurden wesentliche Neuerungen umgesetzt.

Der didaktische Rahmen für die Neubearbeitung spiegelt sich auch in der veränderten Gestaltung des Materials für Lehrkräfte wider. So gibt es zu jedem Kapitel des Schulbuchs eine fachliche und fachdidaktische Einführung, die auch pragmatische Hinweise zu vermeidbaren Fehlern und dem für dieses Kapitel wichtigen Fachwortschatz enthält. Um eine übersichtliche und zielführende Gestaltung zu erreichen, wurde **„Let's Teach"** entwickelt.

Fachliche und fachdidaktische Einführung

Aufbauend auf den Ergebnissen der COACTIV-Studie zur Unterrichtsqualität (Baumert et al. 2011) bietet die fachliche und fachdidaktische Einführung zu jedem Kapitel eine Übersicht über die wesentlichen Informationen zu den behandelten Inhalten. Beim **fachdidaktischen Hintergrund** wird der aktuelle fachwissenschaftliche Stand kurz vorgestellt. Hier finden die Lehrkräfte sowohl neue Ergebnisse als auch bewährte Entwicklungsmodelle und Konsequenzen für den Unterricht. Die wesentlichen Inhalte werden zusammengefasst und dienen als Nachschlagewerk. Es folgt die Beschreibung der Zielsetzung des Kapitels. Unter der Überschrift **Worum geht es?** werden die allgemeinen Ziele und die seitenübergreifenden Lernziele dargelegt.

Die Grafik zeigt auf, dass jeder Entwicklungsschritt auf der Zone der nächsten Entwicklung liegt, der zugleich selbst zum Vorwissen für einen weiteren Schritt wird.

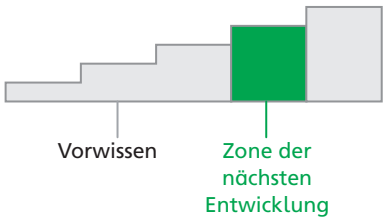


Abb. 10: Zone der nächsten Entwicklung

Der Punkt **Entwicklung** greift die Forderung Vygotskijs auf, Unterricht stets an der Zone der nächsten Entwicklung auszurichten. Das für die neuen Inhalte im Kapitel notwendige Vorwissen wird ebenso dargelegt wie die weiterführenden mathematischen Inhalte, für welche die neuen Lerninhalte wiederum das Vorwissen darstellen.

Die **Stolpersteine** zeigen auf, was Kindern Schwierigkeiten bereiten könnte. Dabei werden mögliche Ursachen dargelegt und die häufigsten Verständnisschwierigkeiten werden in einer Übersicht dargestellt.

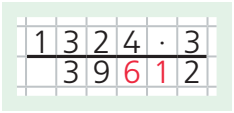


Abb.11: Fehlermuster (Beispiel: Die Merkzahl wurde als Ergebniszahl mit aufgeschrieben)

Die Erklärung der typischen **Fehlermuster** bei den Inhalten des Kapitels hilft dabei, den diagnostischen Blick zu schärfen und mögliche Hilfen anzubieten. Dabei geht es weniger um die Vermeidung von Fehlermustern als darum, mögliche Ursachen zu erkennen und punktgenau dort anzusetzen.

Abb. 12: Dos & Don'ts

Mit den **Dos** & **Don'ts** werden bewährte Unterrichtsmethoden und bekannte didaktische Fehler angesprochen. In einer kurzen Zusammenstellung werden hier Tipps und Fehler gegenübergestellt. Dies hilft dabei, von den Ergebnissen der fachdidaktischen Forschung und den Erfahrungen vieler Lehrkräfte zu profitieren.

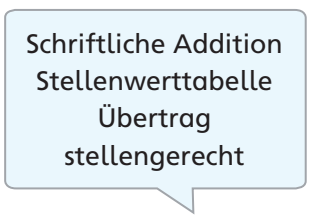


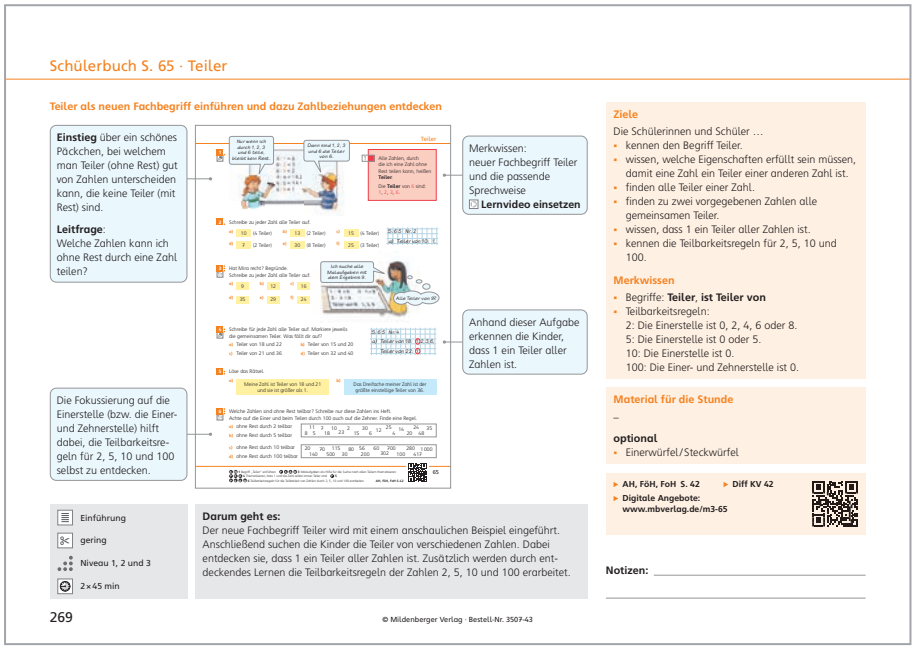
Abb. 13: Ausschnitt aus Wortspeicher (Beispiel)

Der Punkt **Sprache** berücksichtigt die Tatsache, dass diese einen großen Einfluss auf das schulische Lernen hat. Neben sprachlichen Mitteln, um die mathematischen Tätigkeiten, Relationen und Inhalte überhaupt beschreiben zu können, umfasst dieser Punkt auch den im Kapitel zugrunde gelegten Wortspeicher. Dieser beinhaltet den verbindlichen Fachwortschatz, welcher für die Behandlung der Inhalte erforderlich ist.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Let's Teach

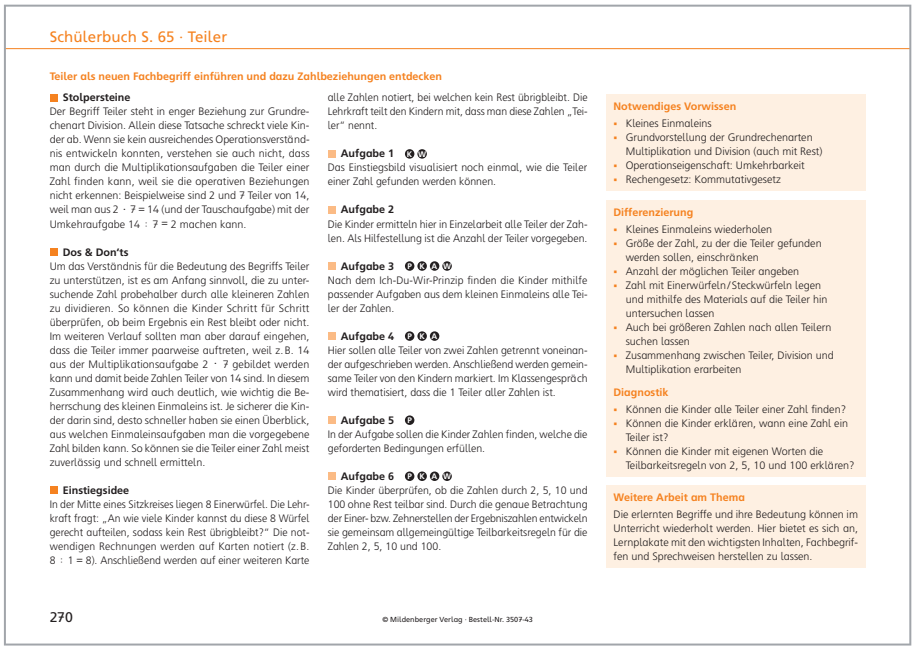
Mit „Let's Teach" wurde ein innovatives Format entwickelt, um Lehrkräfte in ihrer Unterrichtsplanung und -durchführung bestmöglich unterstützen zu können. Alle wesentlichen Informationen und Umsetzungsvorschläge werden auf einer doppelseitig bedruckten Karte dargestellt, die sich als Erinnerungshilfe mit in den Unterricht nehmen lässt.



Auf der Vorderseite von „Let's Teach" steht die Unterrichtsplanung im Vordergrund.

Abb. 14: Vorderseite von „Let's Teach", hier am Beispiel von Schulbuch 3, Seite 65

Auf der vorderen Kartenseite sind die Informationen zu finden, die für die Planung der Unterrichtssequenz benötigt werden. Im linken Bereich wird die Schulbuchseite mit den wesentlichen Inhalten dargestellt. Dazu gibt es eine Übersicht über die Art der Unterrichtseinheit, das Niveau und den zu erwartenden Vorbereitungs- sowie Zeitaufwand. Die Ziele der Seite und das Merkwissen werden im rechten Teil dargestellt. Ergänzt wird es mit einer Liste des benötigten Materials, Hinweisen zu weiterführenden Angeboten im Medienverbund und Platz für Notizen.



Die Rückseite von „Let's Teach" gibt konkrete Impulse für die Umsetzung im Unterricht sowie Differenzierungshilfen und Hinweise zur Diagnostik.

Abb. 15: Rückseite von „Let's Teach", hier am Beispiel von Schulbuch 3, Seite 65

Auf der linken Hälfte der Kartenrückseite finden sich konkrete Impulse für den Einsatz des Schulbuches im Unterricht. Dazu werden zunächst die möglichen Stolpersteine aufgegriffen. Die Darstellung der seitenbezogenen Dos & Don'ts helfen dabei, didaktische Fehler zu vermeiden. Zu jeder Aufgabe sind hilfreiche Ideen zu ihrer Umsetzung angeführt. In der oberen rechten Hälfte wird das notwendige Vorwissen aufgelistet. Hinweise zu Differenzierung und Diagnostik erleichtern den Umgang mit den heterogenen Lernvoraussetzungen der Kinder. Ideen zur weiteren Arbeit am Thema runden die Informationen zur Seite ab.

4. Umsetzung beim Material für Kinder

Auch im Material für die Lernenden spiegelt sich der didaktische Rahmen der Konzeption wider. Im Folgenden wird gezeigt, wie der auf Seite 3 bis 8 dargestellte Rahmen bei der Entwicklung und Gestaltung des Materials berücksichtigt wurde.

Rahmenbedingungen

Das notwendige Anschauungsmaterial liegt dem Buch bereits bei.

Im Zentrum des Angebots steht das Schulbuch, welches auch ohne zusätzliche Angebote aus dem Medienverbund gewinnbringend eingesetzt werden kann. Die weiteren Angebote stellen sinnvolle Ergänzungen dar, sind für einen gut gestalteten Mathematikunterricht aber nicht zwingend notwendig.

Um den Lehrkräften ihren Arbeitsalltag zu erleichtern, wurden Zusatzmaterialien zum Schulbuch entwickelt. Zu nennen wären hier der Lernkompass, die Kopiervorlagen und zusätzlichen Übungen im Handbuch, dem Handbuch beiliegende Lernzielkontrollen, das Arbeitsheft, das Förderheft und das Forderheft. Die Zusatzangebote wurden gleichzeitig zum Schulbuch entwickelt und sind optimal darauf abgestimmt.

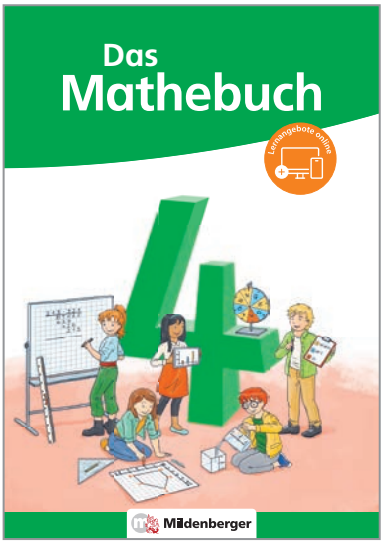


Abb. 16: Schulbuch

Mit dem Zusatzangebot können Lehrkräfte unter anderem auf zusätzliches Übungsmaterial in unterschiedlichen Differenzierungsstufen zurückgreifen und die Lernumgebungen so auf die individuellen Bedürfnisse der Kinder abstimmen.

Das **Schulbuch** steht im Zentrum der Materialien für die Kinder. Es bildet die Grundlage für die Gestaltung des Unterrichts. Neben den Einführungen und Übungen finden sich die bewährten „Üben-und-Wiederholen"-Seiten, bei welchen in regelmäßigen Abständen die vorangegangenen Inhalte wiederholt werden. Sie gehen den im Handbuch enthaltenen Lernzielkontrollen voraus. Zugleich bieten sie die diagnostische Möglichkeit, vor der Leistungserhebung zu prüfen, ob alle Inhalte ausreichend verstanden wurden.

Das Schulbuch steht im Zentrum der Materialien für die Kinder und bildet die Grundlage für die Gestaltung des Unterrichts.

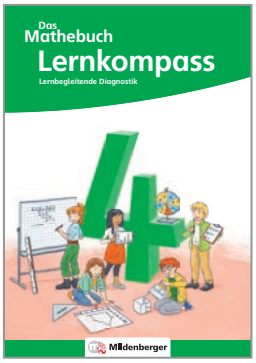
Das Buch bietet vielfältige Ansatzpunkte zur Differenzierung. Offene Aufgabenstellungen und Aufgaben, die Eigenproduktionen erfordern, ermöglichen natürliche Differenzierung nach oben und unten. Die Kinder können sich auf den individuell verfügbaren Niveaus bewegen. Knobelaufgaben laden die leistungsstarken Kinder zum Nachdenken und Vertiefen ein. Im Handbuch finden sich zusätzliche Differenzierungsmöglichkeiten für die jeweiligen Buchseiten.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Für Lehrkräfte und Kinder ist das Niveau der Aufgaben durch Punkte an den Aufgabennummern gekennzeichnet:

1. **Aufgaben aus dem Anforderungsbereich I**
   Reproduzieren
1: **Aufgaben aus dem Anforderungsbereich II**
   Zusammenhänge herstellen
1: **Aufgaben aus dem Anforderungsbereich III**
   Verallgemeinern und Reflektieren

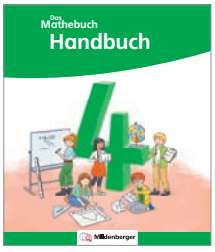
Der **Lernkompass** ermöglicht den Kindern die inhaltliche Auseinandersetzung mit dem Lernstoff und die Reflexion des eigenen Lernprozesses in schriftlicher Form. Eine vorangestellte Lernlandkarte gibt Überblick über die Vernetzung der Inhalte. Neben den Lerninhalten sind auch eine Arbeitsrückschau und der persönliche Lernprozess und -fortschritt Gegenstand der Reflexion. Da die Kinder über einen längeren Zeitraum regelmäßige Eintragungen im Lernkompass vornehmen, können sie Veränderungen an ihrem Lernverhalten beobachten und bewerten. Die Rückmeldung der Lehrkraft wird bei Beratungsgesprächen der Selbsteinschätzung gegenübergestellt. Der Lernkompass bietet damit eine gute Grundlage für Lernentwicklungsgespräche und Rückmeldungen an die Erziehungsberechtigten.

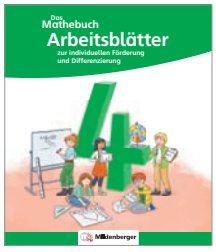


Der Lernkompass dient sowohl der Reflexion des eigenen Lernprozesses als auch der Dokumentation der Lernentwicklung.

Abb. 17: Lernkompass

Die Kopiervorlagen, Lernzielkontrollen und zusätzliche Übungen im **Handbuch** und in den **Arbeitsblättern zur individuellen Förderung und Differenzierung** erfüllen mehrere Funktionen. Bei den Kopiervorlagen im Handbuch werden Anschauungshilfen für die Kinder angeboten. Darüber hinaus gibt es in den Arbeitsblättern vielfältige zusätzliche Übungsmaterialien in den drei Differenzierungsstufen A, B und C. Die Lernzielkontrollen im Handbuch dienen der schriftlichen Leistungsüberprüfung und -dokumentation. Handbuch und Arbeitsblätter stehen auch digital als **Unterrichtsgestalter** zur Verfügung.





Das Handbuch und der Diffenzierungsordner enthalten Material zur Differenzierung und Leistungsüberprüfung sowie viele zusätzliche Übungsmöglichkeiten.

Abb. 18: Handbuch und Arbeitsblätter

Das **Arbeitsheft** ergänzt das Schulbuch und bietet zusätzliche Übungen. Zielsetzung für das Heft ist es, dass die Kinder nach der gemeinsamen Erarbeitung im Schulbuch selbstständig mit dem Material arbeiten können. Aus diesem Grund wurden im Arbeitsheft die im Schulbuch verwendeten Aufgabenformate aufgegriffen. Das Zahlenmaterial wurde so gewählt, dass zwar nicht die gleichen Aufgaben im Heft zu finden sind, die Aufgaben aber nach den gleichen mathematischen Prinzipien nach aufsteigender Schwierigkeit angeordnet wurden. Im Arbeitsheft liegt der Schwerpunkt bei Aufgaben auf den Niveaus I und II. Es dient nicht der Neuerarbeitung von Inhalten, sondern der Übung und Festigung.

Das Arbeitsheft ergänzt das Schulbuch und bietet zusätzliches Übungsmaterial mit dem Ziel der Übung und Festigung.

Abb. 19: Arbeitsheft

Es enthält sowohl automatisierende als auch operative Übungsformen zum Aufbau der allgemeinen mathematischen Kompetenzen. Die Arbeit findet in Einzelarbeit statt, sodass das Heft auch für die Übung außerhalb der Schule – etwa für Hausaufgaben – herangezogen werden kann.

Mit dem Förderheft soll leistungsschwächeren Kindern auf einem einfachen Niveau der Anschluss an die Lerninhalte ermöglicht werden.

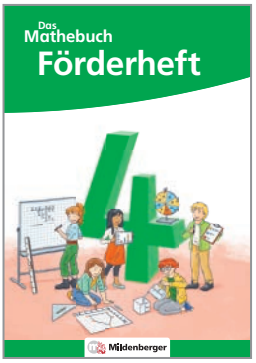


Abb. 20: Förderheft

Um den heterogenen Lernvoraussetzungen der Kinder gerecht werden zu können, wurde ein **Förderheft** gestaltet. Es zielt darauf ab, Kinder mit geringeren Lernvoraussetzungen dabei zu unterstützen, das Aufgabenniveau I zu erreichen. Die Aufgaben setzen auf einem Basisniveau an und führen die Kinder schrittweise zum Verständnis für die Aufgaben auf Niveaustufe I. Auch diese Inhalte werden vernetzt erarbeitet. Den Kindern soll so auf einem einfachen Niveau der Anschluss an die Lerninhalte der anderen Kinder ermöglicht werden. Die Aufgaben berücksichtigen in besonderer Weise die im Handbuch angeführten Stolpersteine und typischen Fehlermuster.

Der Schwerpunkt der Aufgaben im Forderheft liegt auf problemorientierten Aufgabenstellungen und operativen Übungen, die ein vertieftes Verständnis für die Inhalte ermöglichen.

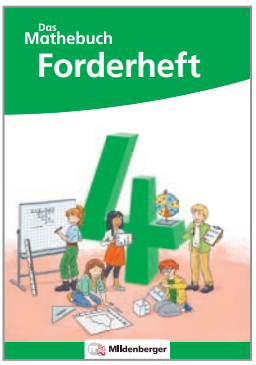


Abb. 21: Forderheft

Das **Forderheft** ermöglicht es, für besonders leistungsstarke Kinder weiterführende Aufgabenstellungen anzubieten. Diese sind thematisch in der Regel mit dem aktuellen Lerninhalt verbunden, gehen aber weiter in die Tiefe und bieten eine echte Herausforderung für die Kinder. Der Schwerpunkt der Aufgaben liegt bei problemorientierten Aufgabenstellungen und operativen Übungen, die ein vertieftes Verständnis für die Inhalte ermöglichen und auch einen Anreiz bieten, die eigenen mathematischen Begabungen zu entfalten.

Digitale Zusatzangebote

Die digitalen Zusatzangebote stellen eine Besonderheit des Mathebuchs dar. Der Zugang erfolgt direkt bei den einzelnen Schulbuchseiten über einen QR-Code bzw. über einen kurzen Eingangslink und eine kinderfreundliche Menüführung.

Zu jeder Buchseite gibt es verschiedene digitale Angebote sowie eine Information für die Eltern und Lehrkräfte über die mathematischen Inhalte und Ziele der Buchseite. Zu den Angeboten gehören Lernvideos zum Merkwissen, interaktive Übungen, weiterführende Aufgabenstellungen und digitale Arbeitsblätter. Über den folgenden Direktlink und den QR-Code links finden Sie die digitalen Zusatzangebote: **www.das-mathebuch.de/digital**

Das digitale Angebot wird beständig überarbeitet und erweitert. Parallel zum wachsenden Angebot bieten wir Tipps und didaktisch-methodische Anregungen zu den vielfältigen Einsatzmöglichkeiten: siehe dazu den QR-Code rechts.

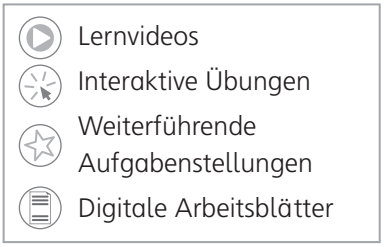


Abb. 22: Digitale Zusatzangebote

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Medienbildung und digitale Angebote

Das Mathebuch greift die Medienkompetenzen an vielerlei Stellen auf und bietet pädagogische und didaktische Umsetzungsmöglichkeiten. Dabei werden stets die technische Ausstattung der Kinder sowie der didaktische und pädagogische Mehrwert im Auge behalten. Für den mathematischen Anfangsunterricht gilt es dabei zu beachten, dass eine große Zahl neuer Inhalte, Konzepte und Vorstellungen von den Kindern bewältigt werden muss. Im Kern des Unterrichts steht daher die Mathematik, die mit analogen und digitalen Werkzeugen durchdrungen werden soll.

Bedienen und Anwenden

Die Vorerfahrungen aus den Jahrgangsstufen 1 bis 3 werden im Mathebuch 4 weiter ausgebaut und erweitert. Digitale Mathematikwerkzeuge werden dabei fokussiert und der Umgang damit jeweils angeleitet. Neben der direkten Einbindung bei Aufgaben im Buch finden sich bei den Hinweisen zum Unterricht („Let's Teach") und bei den digitalen Zusatzangeboten immer wieder entsprechende Aufgabenstellungen. So werden beispielsweise zu Daten in einfacher Art und Weise mit Tabellenkalkulationsprogrammen passende Diagramme erstellt und verglichen (S. 36). Weitere interaktive Übungen, die sich bei den Zusatzangeboten finden, fördern den technischen Umgang mit den Endgeräten. Neben den fokussierten Anwendungsprogrammen wird der Bereich Coding weiter ausgebaut. Die Programmierung einfacher Befehlsketten wird um Programmierschleifen und Variablen erweitert. Die Befehlsketten lassen sich sich aufgrund der analogen Strukturen problemlos in kostenfreie Tools zur Programmierung, wie Scratch, übertragen oder im Spiel auf der Schulbuchrückseite anwenden.

Informieren und Recherchieren

Die Lernenden informieren sich zu Sachverhalten im Internet und werten die gewonnenen Informationen aus. So werden z. B. durchschnittliche Gewichte dargestellter Tiere ermittelt und nach Größe sortiert (S. 31).

Produzieren und Präsentieren

Mit Tablets oder Smartphones drehen die Kindern selbst Lernvideos, dokumentieren Rechenwege oder gestalten Lernplakate. Die Komplexität kann dabei von Jahr zu Jahr gesteigert werden. Sie erstellen und präsentieren zum Beispiel ein Plakat zum eigenen Vorgehen bei der Lösung einer Fermi-Aufgabe (S. 50/2). Die strukturierte Darstellung von Lerninhalten durch die Kinder führt zur vertieften gedanklichen Durchdringung der Lerninhalte.

Problemlösen und Modellieren

In der Mathematik finden sich Ansätze, das objektbezogene Denken sowie Algorithmen zu erkennen und nachzuvollziehen, etwa bei den schriftlichen Normalverfahren. Die Programmiertätigkeiten werden erweitert und die Kinder erstellen und optimieren eigene Algorithmen, um Wege zu programmieren (S. 64–66).

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Die Angebote im Medienverbund decken die unterschiedlichen Aspekte in der Gestaltung und Planung des Unterrichts ab. Durch das modulare Prinzip der Zusatzmaterialien kann das Angebot praxisnah erweitert werden.

Rolle der Angebote im Medienverbund

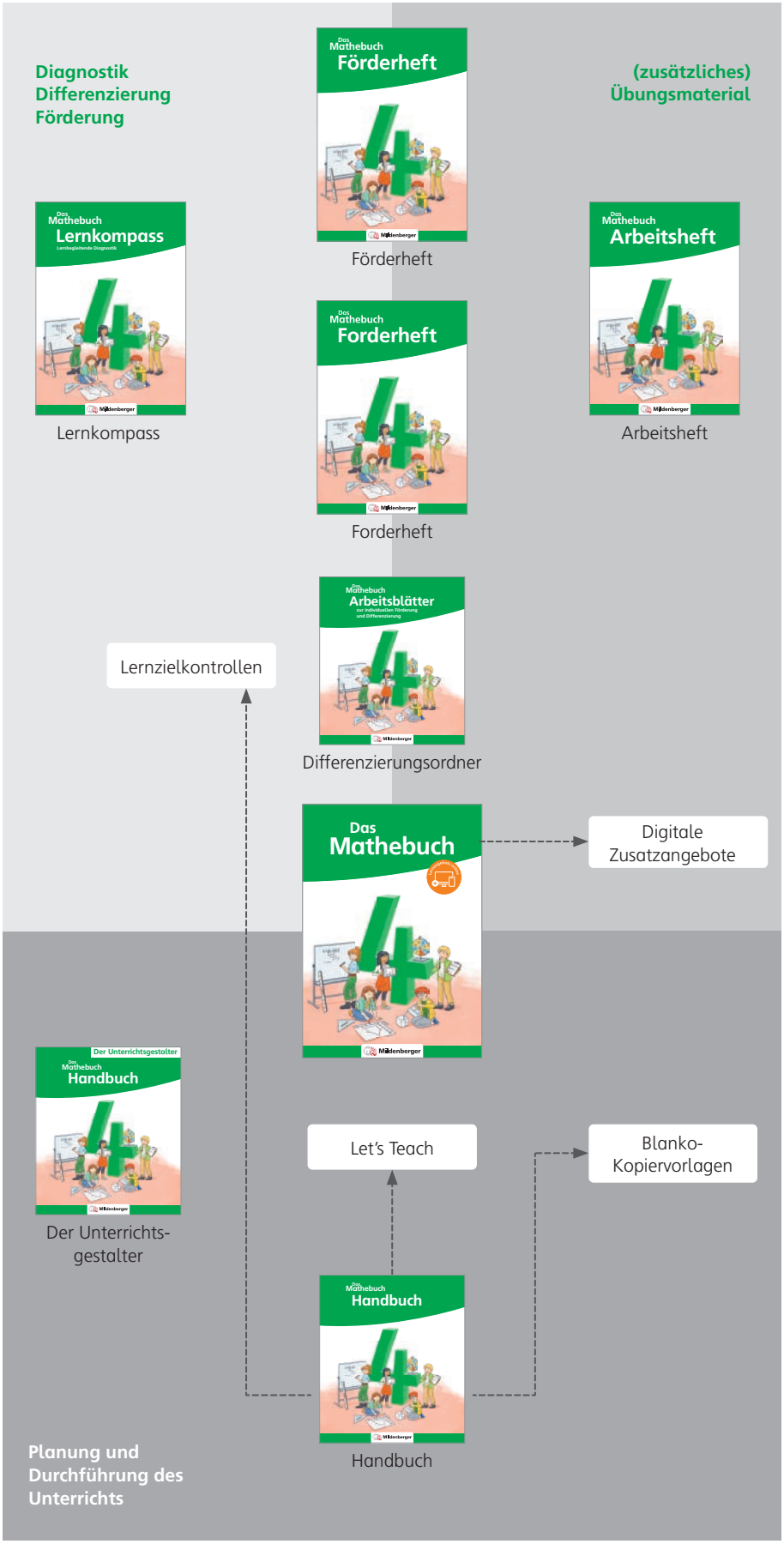


Abb. 23: Funktion der Angebote im Medienverbund

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Layout und Gestaltung

Dem Layout und der Gestaltung des Mathebuchs kommt in vielerlei Hinsicht eine wesentliche Bedeutung zu. So wurde in Anlehnung an die bisherige Gestaltung des Mathebuchs ein klar strukturiertes Layout umgesetzt, das besonders den Aspekt der Wahrnehmung berücksichtigt. Dies äußert sich in einem klaren Farbkonzept und dem Verzicht auf reine Schmuckillustrationen ohne Bedeutung für den Inhalt.

Die Schulbuchseiten sind von einem klar strukturierten Layout geprägt.

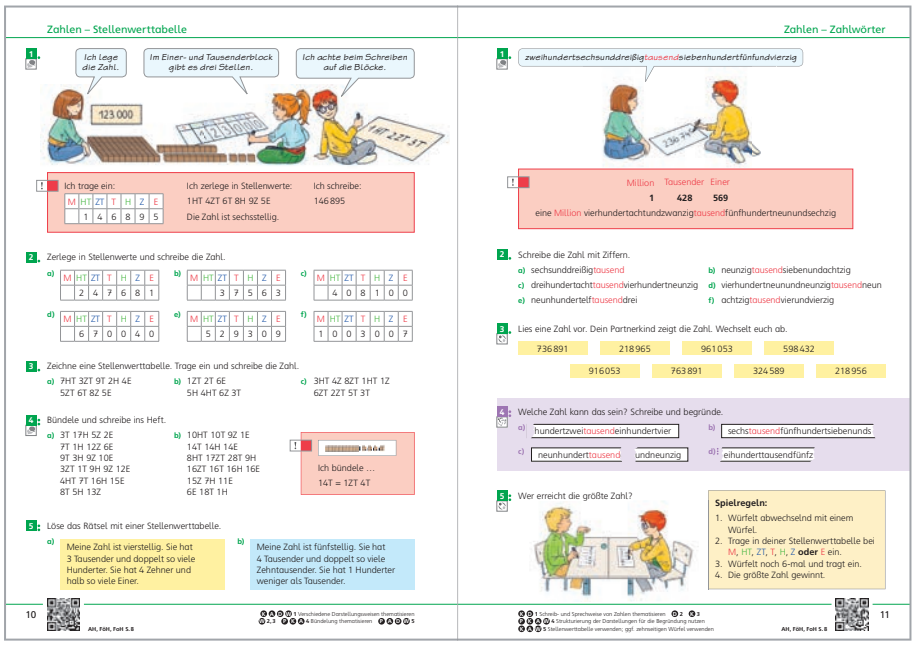


Abb. 24: Layout der Schulbuchseiten, hier am Beispiel von Schulbuch 4

Die Schulbuchseiten sind mit durchgezogenen Linien in den Kopfzeilenbereich, den Aufgabenbereich für die Kinder und den Fußzeilenbereich eingeteilt.

Während die Kinder alle wichtigen Informationen im Aufgabenbereich finden, bieten die Kopf- und Fußzeile Platz für weitergehende Hinweise an Lehrkräfte und Eltern. Neben den Verweisen auf zusätzliches Material in der Fußzeile finden sich auch Hinweise zu den einzelnen Aufgaben sowie eine Zuordnung der allgemeinen Kompetenzen.

Für Lösungen und Beispiele wurde eine „Bleistiftschrift" in einem Grauton gewählt, der einem Schulbleistift entspricht. Farbliche Hervorhebungen bei Aufgaben haben klar definierte Zielsetzungen und entsprechen dem zugrunde gelegten Material.

Die Richtlinie, wahrnehmungsschwächere Kinder zu berücksichtigen, zeigt sich auch bei den Einführungsillustrationen. Hier wurde auf überflüssige Details verzichtet und es wurden klare Konturen und Kontraste umgesetzt. Bei der Darstellung größerer Mengen wurde nach Möglichkeit auf eine strukturierte Darstellung geachtet, die eine quasi-simultane Zahlerfassung erlaubt.

Das EIS-Prinzip nach Bruner prägt die Gestaltung der einzelnen Schulbuchkapitel.

Orientierung am Kind

Einführungssituationen aus der Lebenswelt der Kinder sowie das lang- und kurzwellige Spiralprinzip im Buch machen es den Kindern leichter, am eigenen Vorwissen anzuknüpfen. Die Kinder haben bei den Einführungssituationen, die stets als Klassengespräch angedacht sind, die Möglichkeit, sich zunächst selbst einem neuen Inhalt zu nähern.

Aufbau mathematischer Konzepte durch konkrete Handlungen **E**

↓

zeichnerische Veranschaulichung der mathematischen Handlungen **I**

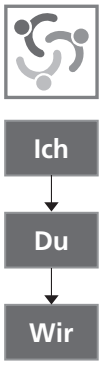
↓

Übersetzung der mathematischen Handlungen in die (symbolische) Sprache der Mathematik **S**

Gemäß dem didaktischen Prinzip nach Bruner wurden die Inhalte nach dem EIS-Prinzip aufbereitet. Auf der **enaktiven Ebene** helfen konkrete Handlungen, die den notwendigen gedanklichen Operationen stimmig entsprechen, dabei, mathematische Konzepte und Sachverhalte zu durchdringen. Die Handlungen mit konkreten Gegenständen werden nach und nach durch Handlungen mit abstrakten Anschauungsmitteln ersetzt.

Geeignete **ikonische Darstellungen** helfen dabei, den mathematischen Gehalt der Handlungen und Sachverhalte darzustellen. Schließlich werden die mathematischen Handlungen mit Ziffern und Rechenzeichen in die **symbolische Sprache** der Mathematik übersetzt.

Die wechselseitigen Übersetzungen von einer Ebene in die andere helfen den Kindern dabei, ein vertieftes Verständnis der zugrunde liegenden mathematischen Strukturen und Veränderungen aufzubauen.



Erweitertes Ich-Du-Wir-Prinzip (Think – Pair – Share)

Die Zusammenarbeit der Kinder im Unterricht erfolgt an vielen Stellen nach dem **Ich-Du-Wir-Prinzip**. Das einzelne Kind beschäftigt sich zunächst selbst mit der Aufgabe (Ich-Phase), wodurch das Vorwissen aktiviert wird und sich jedes einzelne Kind aktiv mit der Aufgabenstellung beschäftigen muss. Anschließend erfolgt der Austausch mit dem Partnerkind über die individuellen Lösungen und die gemeinsame Lösung der Aufgabe (Du-Phase). Schließlich werden die Lösungen in der Klasse präsentiert und besprochen (Wir-Phase).

Erweitertes Ich-Du-Wir-Prinzip (Think – Pair – Share)

Ich – Eigene Beschäftigung mit der Aufgabe
Aktivierung des Vorwissens

↓

Du 1 – Austausch über die individuellen Lösungen
Entwicklung eines Lösungsplans

↓

Wir 1 – Lösungsansätze/-ideen vorstellen
Austausch

↓

Du 2 – Gemeinsame Lösung der Aufgabe

↓

Wir 2 – Vorstellen und Besprechen der Lösungen in der Klasse

In der Praxis hat es sich bewährt, dieses Prinzip zu erweitern zum **erweiterten Ich-Du-Wir-Prinzip**. Dabei gestaltet sich der Ablauf folgendermaßen: Der ersten individuellen Beschäftigung mit der Aufgabe folgt eine erste „Du-Phase" (Du 1), in welcher sich die Partnergruppen über die individuellen Lösungsansätze austauschen und das weitere Vorgehen absprechen. Dieser Phase folgt eine erste „Wir-Phase" (Wir 1). Die Partnergruppen stellen ihre Lösungsansätze und -ideen vor. Dies hat einen großen Vorteil: Die Lehrkraft sieht sofort, welche Gruppen noch Hilfe benötigen. Zugleich bieten die anderen Gruppen viele Impulse für Kinder, die keine eigene Idee entwickelt haben. Dieser Phase folgt nun der zweite Teil der Du-Phase (Du 2). Die Partnergruppen lösen gemeinsam ihre Aufgaben. Schließlich findet die Präsentation und Besprechung der Lösungen in der Klasse statt (Wir 2).

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Hefteinträge als durchgängiges Prinzip

Die Kinder werden systematisch auf das Rechnen in einem Schulheft vorbereitet. In jedem Kapitel finden sich Beispiele für Hefteinträge, die mit aufsteigenden Kapiteln erweitert werden. Dabei werden Abstände, Kästchen, Nummerierungen etc. berücksichtigt. Zugleich wurden die Beispiele für Hefteinträge so gestaltet, dass die Lehrkräfte individuelle Veränderungen vornehmen können.

Arbeits- und Anschauungsmittel

Für das Werk wurde eine bewusste Auswahl an Arbeits- und Anschauungsmitteln getroffen, damit die Kinder nicht mit einem unübersichtlichen Angebot überfordert werden. Es soll genug Zeit im Unterricht bleiben, die Arbeitsmittel so einzuführen, dass Kinder dazu in der Lage sind, die Hilfen richtig – und nicht-zählend – einzusetzen und Strukturen im Material zu erkennen. Lernhilfen sprechen (meist) nicht für sich selbst, sondern stellen zunächst einmal einen zu erarbeitenden Lernstoff dar. Die Wahl der Arbeits- und Anschauungsmittel fiel daher auf Materialien, die durch ihre Gestaltung und flexiblen Einsatzmöglichkeiten die Kinder das ganze Jahr über begleiten können. Zugleich wurde darauf geachtet, die Materialien so zu gestalten, dass auch alternative Mittel verwendet werden können.

Die gewählten Anschauungsmittel können die Kinder durch ihre Gestaltung und die flexiblen Einsatzmöglichkeiten das ganze Jahr über begleiten.

Mit der Erweiterung des Zahlenraumes bis 1 000 fand in Klasse 3 ein Wechsel zum strukturähnlichen Mehrsystem- oder auch Dienes-Material statt. Dieses bietet aufgrund der ähnlichen Strukturen – aber auch Erweiterbarkeit – sowohl Anschlussmöglichkeiten an die bisherigen Materialien als auch die Möglichkeit, Zahlen bis 1 000 anschaulich darzustellen. Mit der zusätzlichen Verwendung von Fünferstangen bleibt die Möglichkeit erhalten, mit der Kraft der 5 zu arbeiten.

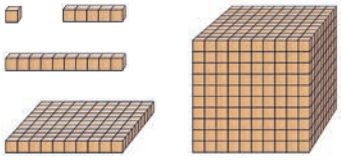


Abb. 25: Dienes-Material

Für die Darstellung der Zahlen bis zur Million bietet sich die Stellenwertschablone an, welche den systematischen Aufbau der Zahlen im Dezimalsystem veranschaulicht.

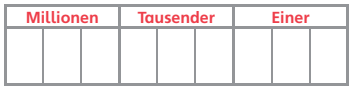


Abb. 26: Stellenwertschablone

Der Rechenstrich findet auch bei den Inhalten der vierten Jahrgangsstufe Anwendung. Die Einteilung richtet sich dabei nach dem jeweiligen Zahlenraum der Aufgabenstellung.

Auch die Ablösung von den Anschauungsmitteln spielt bei der Gestaltung des Schulbuchs eine wichtige Rolle. Zwar wird bei neuen Inhalten auf der enaktiven und ikonischen Ebene immer wieder auf die Materialien zurückgegriffen, deren Einsatz wird aber sowohl über das Buch hinweg als auch in den einzelnen Kapiteln immer mehr zurückgenommen. Ziel ist es, vom bewussten Aufbau mathematischer Konzepte mittels Handlungen am Material und der ikonografischen Veranschaulichung zur Vorstellung der Handlung ohne Material und schließlich zur Automatisierung der zugrunde liegenden Rechenoperationen zu gelangen.

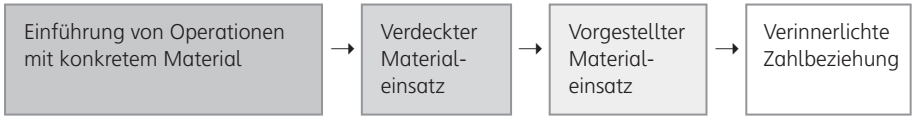


Abb. 27: Systematische Ablösung von den Anschauungsmitteln

Die Ablösung von den Anschauungsmitteln spielt eine wichtige Rolle.

Differenzierung
Die Notwendigkeit der Differenzierung leitet sich sowohl aus der großen Heterogenität in den Schulklassen her als auch aus den zugrunde gelegten Ausführungen zum Verständnis von Lehren und Lernen. Neben den im Material für Lehrkräfte verorteten Differenzierungshilfen finden sich auch im Material für die Kinder einige Ansatzpunkte.

Die Basis für die Auswahl an Differenzierungsmaßnahmen stellt stets die Einschätzung des aktuellen Lernstands der Kinder dar. Während die fachliche und fachdidaktische Einführung im Handbuch und die Seitenkommentare bei „Let's Teach" Auskunft über das notwendige Vorwissen geben, helfen die Lernzielkontrollen bei der Einschätzung des Leistungsniveaus durch die Lehrkraft. Mit dem Lernkompass steht ein Instrument zur Verfügung, das sowohl die Selbst- als auch die Fremdeinschätzung unterstützt.

Bearbeitung auf individuellen Niveaustufen
Zunächst einmal finden sich im Schulbuch viele Aufgaben und Aufgabenformate, die eine Bearbeitung auf individuellen Leistungsniveaus erlauben. Kinder und Lehrkraft können so Einfluss auf den Schwierigkeitsgrad der zu bearbeitenden Aufgabe nehmen. Zusätzliche Hilfestellungen und der mögliche Materialeinsatz erlauben es, auf der enaktiven oder der ikonische Ebene zu arbeiten. Die Hinweise dazu finden sich in den Kommentaren von „Let's Teach".

Die Knobelaufgaben stellen ein Angebot für die besonders leistungsstarken Kinder dar, können mit etwas Unterstützung aber auch von den anderen Kindern bearbeitet werden.

Blanko-Kopiervorlagen
Zu den im Buch verwendeten Aufgabenformaten finden sich im Handbuch Blanko-Kopiervorlagen. Diese ermöglichen es, das Zahlenmaterial an den individuellen Leistungsstand der Kinder anzupassen. Das gilt sowohl für die Vereinfachung des Zahlenmaterials als auch für die Gestaltung besonders herausfordernder Aufgaben bei leistungsstarken Kindern.

Zusatzmaterialien
Ergänzend zum Schulbuch können verschiedene Materialien genutzt werden. Mit den **Arbeitsblättern zur individuellen Förderung und Differenzierung** steht zusätzliches Übungsmaterial in drei verschiedenen Differenzierungsstufen zur Verfügung. Bei leistungsschwächeren Kindern kann zudem das **Förderheft** herangezogen werden. Für besonders leistungsstarke Kinder gibt es das **Forderheft**.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Methodenkurs Sachrechnen

Fachdidaktischer Hintergrund

Sachbezogene Mathematik gehört neben Arithmetik und Geometrie zu den Kernbereichen des Mathematikunterrichts der Grundschule (Franke 2003, 1). Zwar findet sich das „Sachrechnen" in den Bildungsstandards für den Mathematikunterricht der Primarstufe nicht mehr als eigenständiger Inhaltsbereich (vgl. KMK 2004), es lässt sich jedoch bei näherer Betrachtung als durchgehendes Prinzip entdecken, das die Bereiche Arithmetik, Geometrie und Größen sowie andere Unterrichtsfächer verbindet (Franke/Ruwisch 2010, 27).

Sachrechnen findet sich in den Bildungsstandards als durchgehendes Prinzip wieder, das die Bereiche Arithmetik, Geometrie und Größen sowie andere Unterrichtsfächer verbindet.

Das Sachrechnen soll dabei die Fach-, Sach- und Kindorientierung miteinander verknüpfen (ebd., 19). Dabei entsteht ein Spannungsdreieck, in welchem unterschiedliche Gewichtungen möglich sind. So wird das Sachrechnen bei stärkerer Betonung der Mathematik eher zum Übungsfeld arithmetischer Kompetenzen. Zugleich bieten sachbezogene Rechenaufgaben jedoch unzählige Anknüpfungspunkte für die Förderung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen Problemlösen, Kommunizieren, Argumentieren, Darstellen und Modellieren. Bongartz und Verboom (2011,10) betonen hier die Erschließung der Lebenswirklichkeit. Das reale Umfeld soll mit „mathematischen Augen" betrachtet werden, um die quantitativen Aspekte einer Situation zu erfassen und Sachprobleme mit mathematischen Mitteln lösen zu können. Bei stärkerer Betonung der Umwelterschließung wird zwar die Verbindung der Aspekte Fach-, Sach- und Kindorientierung verstärkt, die Mathematik kann dabei jedoch in den Hintergrund treten, wie Franke und Ruwisch (2010,19) beschreiben:

Bei Betonung der mathematischen Aspekte wird Sachrechnen zum Übungsfeld für arithmetische Kenntnisse.

> „[…] um arithmetische Äquivalenz zu erkennen und Strategien zu transferieren – sollte die Sachinformation reduziert werden; aus ganzheitlicher Sicht im Sinne der Alltagsbewältigung und Umwelterschließung ist eine umfassende Darstellung der Situation erforderlich, in der die Mathematik letztlich eine untergeordnete Rolle spielt".

Daraus leiten die Autoren verschiedene Funktionen des Sachrechnens im Mathematikunterricht ab. Diese lassen sich in Anlehnung an Winter (2003) beschreiben als:

– Sachrechnen als Lernstoff
– Sachrechnen als Lernprinzip
– Sachrechnen als Lernziel

■ Sachrechnen als Lernstoff

Sachrechnen umfasst den Umgang mit den „bürgerlichen" Größen, die sich als eigenständiger Inhaltsbereich bei den Bildungsstandards für den Mathematikunterricht in der Primarstufe wiederfinden (KMK 2004). Sie umfassen in der Grundschule physikalische Größen wie Längen, Zeitspannen, Gewichte, Flächeninhalte und Hohlmaße. Hinzu kommen elementare Verfahren der Statistik und Kombinatorik. Besonders betonte Inhalte (vgl. Winter 2003, 15):

– Methoden zum Gewinnen von Daten wie Zählen, Messen und Schätzen
– Maßsysteme und das Verankern von Stützwissen über Einheiten und Repräsentanten
– Methoden zum Darstellen von Daten wie Modellieren, Symbolisieren und Zeichnen

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

– Formen der Datenverarbeitung wie Sortieren, Vergleichen, Anordnen, Rechnen und Umwandeln

Diese Inhalte finden sich im Schulbuch „Das Mathebuch“ sowohl in den allgemeinen Kapiteln als auch beim speziell ausgewiesenen Methodenkurs Sachrechnen.

Sachrechnen als Lernprinzip

Sachsituationen können Ausgangspunkt für mathematische Lernprozesse sein (Franke/Ruwisch 2010, 25). So kann fast jede mathematische Beziehung, die in der Grundschule betrachtet wird, in einer realen Situation repräsentiert werden. Hier gilt allerdings einschränkend, dass aufgrund der fehlenden 1:1-Zuordnung zwischen Modell und Situation letzere nicht automatisch zum Modell führt (a. a. O.). Damit sind Sachsituationen zum einen Ausgangspunkt für den Erwerb von neuem mathematischen Wissen, zum anderen bieten sie ein Anwendungs- und Übungsfeld für bereits erworbenes Wissen (ebd., 26). Die in der vierten Jahrgangsstufe mit der „Klammerregel“ vervollständigten Rechenregeln bieten nun die Möglichkeit, auch komplexere Sachsituationen in einem Term auszudrücken. Mathematische Inhalte können auf Basis des Situationsverständnisses der Kinder besser gedanklich durchdrungen, angewendet und geübt werden.

Sachrechnen als Lernziel

Carniel et al. betonen, dass Mathematik „betrieben“ und nicht nur nachvollzogen und reproduziert wird (vgl. Carniel et al. 2003, 5). Somit wird auch das Sachrechnen selbst zum Gegenstand des Mathematikunterrichts. Die in den allgemeinen mathematischen Kompetenzen speziell ausgewiesene Kompetenz „Modellieren“ zeigt die besondere Bedeutung auf. Auch alle weiteren allgemeinen mathematischen Kompetenzen finden sich hier wieder.

Der Modellierungskreislauf bietet vielfältige Anknüpfungspunkte für den Mathematikunterricht.

Bongartz und Verboom beschreiben „Mathematisieren“ als das Entnehmen von mathematikhaltigen Informationen aus Situationen und Sachkontexten, die mithilfe von Zahlbeziehungen ausgedrückt werden und in einem mathematischen Modell der Lösungsfindung dienen (2011, 10). Blum und Leiß veranschaulichen diesen Lösungsprozess in einem idealtypischen Kreislauf:

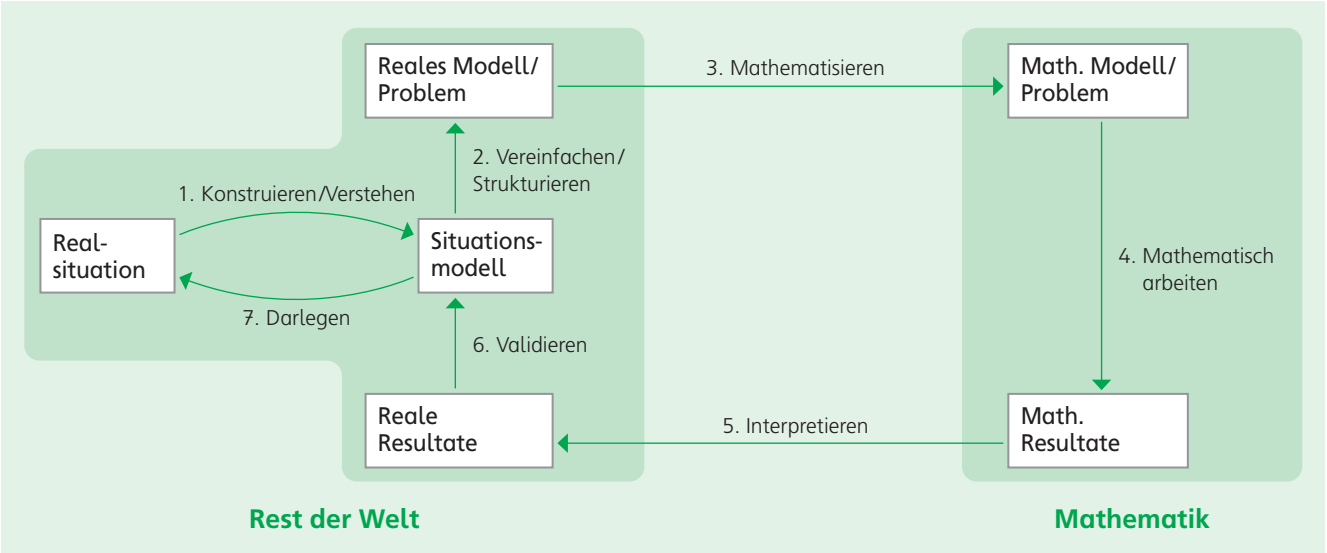


Abb. 28: Idealtypischer Kreislauf (Blum/Leiß 2005)

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Auch wenn die tatsächlichen Modellierungsprozesse nicht so linear ablaufen wie dieser Kreislauf sie idelatypisch darstellt (vgl. Borromeo Ferri et al. 2006; auch Borromeo Ferri 2007), so bietet er doch eine gute Orientierung für den schulischen Mathematikunterricht. Die Übergänge zwischen den einzelnen Phasen zeigen die Anforderungen an die Kinder. Zugleich bieten sich damit verschiedene Anknüpfungspunkte für den schulischen Unterricht. Der Methodenkurs Sachrechnen setzt am Modell an und entwickelt daraus ein systematisches Vorgehen für die Erarbeitung von Lösungskompetenzen bei Sachrechnungen.

Worum geht es?

Anschließend an die Inhalte der vorangehenden Jahrgangsstufe erweitern die Kinder systematisch ihre Lösungsstrategien für das Bearbeiten von sachbezogenen Mathematikaufgaben. Ausgehend von den einzelnen Modulen erwerben die Kinder die notwendigen Techniken und Fachbegriffe und entwickeln diese in weiterführenden Übungen fort.

Die Strategien können flexibel an die jeweiligen Aufgabentypen angepasst werden.

Indem die einzelnen Schwerpunkte der Reihe nach thematisiert werden, gewinnen die Kinder Sicherheit und werden nicht dadurch überfordert, alle Aspekte zugleich beachten zu müssen. Das Vorgehen orientiert sich dabei sowohl am Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß sowie an der fortschreitenden Entwicklung der Kinder.

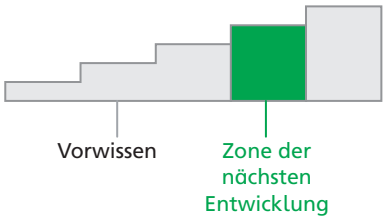
Die Kinder entdecken dabei grundlegende Prinzipien, die sie beim Lösen von Sachrechnungen anwenden und flexibel an die jeweiligen Aufgabentypen anpassen können.

Die folgenden Lernziele werden im Methodenkurs verfolgt:

- Die Zusammenhänge von mathematischen Handlungen, Sachkontexten und Rechnungen beschreiben und erklären.
- Sachkontexte, mathematische Handlungen und Rechnungen in mathematische Modelle, Gleichungen und Terme übersetzen und umgekehrt.
- Eigene Fragen zu Sachsituationen stellen und fremde Fragen bewerten.
- Passende Skizzen zu Sachsituationen erstellen.
- Zur Situation und Frage passende Antworten formulieren.
- Antworten und Ergebnisse an der Sachsituation prüfen.

Entwicklung

Die Lerninhalte bauen sowohl auf den vorschulischen Erfahrungen als auch auf dem vorangegangenen Mathematikunterricht auf. Insbesondere die Arbeit mit den Rechengeschichten im ersten Schuljahr stellt eine wichtige Grundlage dar. Zugleich werden die erworbenen Strategien in den folgenden Schuljahren weiter ausdifferenziert.



Notwendiges Vorwissen:

- Umgang mit Rechengeschichten
- Operationsvorstellung der Grundrechenarten Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division
- Fachbegriffe zu den Grundrechenarten

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Wofür brauche ich die Lösungsstrategien beim Sachrechnen?

– Lösung komplexer Sachrechenaufgaben
– Mathematische Lösung von Realproblemen

Stolpersteine

Die Auseinandersetzung mit sachbezogenen Rechenaufgaben ist ein sehr komplexer Prozess. Aus diesem Grund können an vielen Punkten Missverständnisse und Umwege entstehen, so konnte Reusser (1997) in einer Studie zeigen, dass Sachaufgaben im Vergleich zu strukturgleichen arithmetischen Aufgaben um bis zu 30 % schlechter gelöst werden. Zu den notwendigen arithmetischen Kompetenzen erfordert das Lösen einer Sachaufgabe häufig auch die Überführung einer textlich vermittelten Problemsituation in ein mathematisches Modell. Winter (1994, 8) betont den entscheidenden Punkt, dass die Situation zunächst verstanden werden muss, um die Aufgabe im Sinne eines Problemlöseprozesses bearbeiten zu können. Dies erfordert zunächst einmal ein unspezifisches Alltagswissen. Die Aussage bezieht sich vor allem auf Problemaufgaben. Bei Routineaufgaben erkennen die Kinder meist sofort den bekannten Aufgabentyp. Routineaufgaben stellen damit Variationen einer bekannten Musteraufgabe dar (ebd., 7), wobei es von der individuellen Situation und Erfahrung des Kindes abhängt, ob eine Aufgabe als Routine- oder Problemaufgabe wahrgenommen wird.

Orientierung an Oberflächenmerkmalen (Franke/Ruwisch 2010, 81):
– Orientierung an den Zahlen und dem vermuteten Rechenaufwand
– Orientierung am unterrichtlichen Kontext
– Orientierung an Signalwörtern

Beim Erfassen der Situation und dem damit verbundenen Entwickeln von Fragestellungen sowie der ersten Modellentwicklung kommen nach Franke und Ruwisch vor allem sachlich-semantische und sprachlich-syntaktische Faktoren zum Tragen (2010, 80). Fehlt hier das notwendige Vorwissen über die Sachsituation oder fehlen die verwendeten Begriffe, so kann kein passendes Modell für die Lösung entwickelt werden. Irrelevante quantitative Angaben im Text oder eine geänderte Reihenfolge der Angaben beeinflussen die Aufgabenschwierigkeit. Schlüsselwörter können helfen, führen jedoch teilweise auch dazu, dass diese falsch interpretiert werden.

Geht es an das Verarbeiten der Informationen im Modell, so spielen vor allem die mathematische Struktur der Aufgabe – also die Art und Anzahl der Lösungsschritte – sowie die Komplexität der Algorithmen und der gewählte Zahlenraum eine Rolle bei der individuell erlebten Aufgabenschwierigkeit. Viele Kinder lassen sich beim Lösen der sachbezogenen Aufgaben von Oberflächenmerkmalen leiten, aus denen eigene, meist nicht allgemeingültige Regeln für Sachaufgaben abgeleitet werden (Stebler 1999, 60; Winter 2003, 13). Dadurch gelingt es den Lernenden nicht mehr, ein adäquates Situationsmodell zu entwickeln, was erst durch gezieltes Nachfragen der Lehrkraft, unpassende Rechnungen oder Antwortsätze deutlich wird. Signalwörter stellen bei Sachrechnungen eine häufige Fehlerursache dar, da die Zuordnung eines Wortes zur verknüpften Rechnung vom Kontext abhängt und somit oft nicht eindeutig ist.

Um die eigenen Ergebnisse verifizieren zu können, müssen die Lernenden nach der erfolgten Rechnung gedanklich zur Situation zurückkehren, da Fehler sonst nicht auffallen würden (vgl. Ruwisch/Schaffrath 2009, 35). Lösungen, die nicht mit der Aufgabenstellung übereinstimmen, und absurde Ergebnisse rufen sonst keine Irritationen mehr hervor. Ein typisches Beispiel für Probleme, die aus dem Ableiten des Vorgehens aus dem unterrichtlichen Kontext entstehen können, sind die sogenannten Kapitänsaufgaben (vgl. Schindler 1997). Da Sachaufgaben oft

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

an gerade behandelte arithmetische Inhalte anschließen, übertragen die Kinder automatisch diese Operation auf die Aufgabe – auch, wenn sie nicht angemessen sind. Ebenfalls werden oft Operationen und Vorgehensweisen aus direkt zuvor gelösten Aufgaben übertragen.

- Fehlendes Operationsverständnis der Grundrechenarten
- Fehlendes Alltagswissen über die den Sachrechnungen zugrundeliegenden Handlungen und Situationen
- Einseitig verstandene Signalwörter als Strategie
- Fehlende Sprach- und/oder Lesekompetenz
- Unsicherheit beim Umgang mit Größen

✓ **DOs**

- Lassen Sie den Kindern ausreichend Zeit, um konkrete Erfahrungen mit Sachkontexten zu machen.
- Sprechen Sie ausführlich über die Sachsituationen und Handlungen, die der Sachaufgabe zugrunde liegen.
- Spielen Sie die Handlungen der Situation nach und verdeutlichen Sie diese mit Anschauungsmitteln.
- Lassen Sie die Kinder eigene Fragen zu Sachsituationen entwickeln und eigene Aufgaben erstellen.
- Bieten Sie unterschiedliche Zugänge und Schwierigkeitsgrade an.

✗ **DON'Ts**

- Verzichten Sie anfangs auf das Ausschmücken der Aufgaben mit unwichtigen Informationen.
- Bieten Sie den Kindern die „Signalwörter" nicht als erste Strategie an. Signalwörter müssen zwingend mit dem Situationsverständnis abgeglichen werden.
- Achten Sie darauf, dass die Struktur und Rechenart aufeinanderfolgender Sachrechenaufgaben nicht immer identisch ist, da die Kinder sonst nicht mehr über die Situation selbst nachdenken und in der Folge kein Situationsmodell mehr entwickeln.

Sachrechnen und Sprache

Der Umgang mit Sachaufgaben führt die sprachlichen Anforderungen der einzelnen Grundrechenarten zusammen. Hinzu kommen Begriffe, syntaktische Verknüpfungen und Ausdrücke, um die Sachsituation an sich zu beschreiben. Verschiedene Ausdrücke und Umschreibungen wirken für die Kinder wie Signalwörter. Diese müssen jedoch im Kontext interpretiert werden, damit die Situation richtig gedeutet werden kann. Hinzu kommen hohe Grundanforderungen. Da sich das Verständnis für die Sachsituation erst aus dem sprachlichen Kontext ergibt, müssen die Kinder diese Informationen verstehen und auf ihre Vorerfahrungen beziehen können. Für Lernende mit Deutsch als Zweitsprache stellt dies oft eine zusätzliche Schwierigkeit dar.

anfangs
später
am Ende
dazu
zusammen
gemeinsam
…

	Klasse 1	Klasse 2	Klasse 3	Klasse 4	
Sachsituationen verstehen	Rechengeschichten erzählen und nachspielen		Situation verstehen	Situation verstehen	Fermi-Aufgaben als Anwendungsbereich aller Module
Sachsituationen mathematisch untersuchen	Einfache Fragen direkt beantworten	Fragen stellen; Fragen untersuchen; relevante Informationen ermitteln	Fragen stellen; Fragen untersuchen; relevante Informationen ermitteln und kennzeichnen	Fragen stellen; Fragen untersuchen; relevante Informationen ermitteln und notieren	
Mathematisches Modell bilden; Skizzen nutzen	Zahlen zuordnen	Zeichnungen und Skizzen zuordnen und erstellen	Mathematisches Modell mit Rechenbaum darstellen	Mathematisches Modell mit Rechenbaum oder als Term in einer Gleichung darstellen	
Berechnen der Lösung	Rechnungen im Bild finden; Rechnungen zuordnen	Rechenschritte ermitteln; Rechenarten zuordnen; Schlüsselwörter nutzen	Tabelle als Rechenhilfe nutzen	Tabelle als Rechenhilfe nutzen	
Interpretieren und antworten	Antworten schreiben	Lösung mit der Frage in Zusammenhang bringen; math. Lösung interpretieren	Lösungen interpretieren und mit Frage in Zusammenhang bringen; Antworten prüfen	Lösungen interpretieren und mit Frage in Zusammenhang bringen; Antworten prüfen	
Plausibilität prüfen		Plausibilität prüfen: Kann das sein? Lösungen an der Situation prüfen	Überschlagsrechnung als Kontrollmöglichkeit nutzen; Plausibilität und Lösungen an der Situation prüfen	Überschlagsrechnung als Kontrollmöglichkeit nutzen; Plausibilität und Lösungen an der Situation prüfen	

Abb. 29: Module des Methodenkurses Sachrechnen

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Aufbau allgemeiner und inhaltsbezogener Kompetenzen
Der Aufbau allgemeiner und inhaltsbezogener mathematischer Kompetenzen ist die zentrale Aufgabe des Lehrwerks „Das Mathebuch“. Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen werden über das gesamte Buch hinweg bei den Inhaltsbereichen **Zahlen und Operationen, Raum und Form, Größen und Messen** sowie **Daten**, **Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit** angewendet. Sowohl die allgemeinen als auch die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen folgen im Werk einer klaren Progression.

Von Beginn an werden allgemeine mathematische Kompetenzen mit in die Aufgabenstellungen eingebaut. Dabei wurde darauf geachtet, dass die notwendigen inhaltlichen Aspekte bereits ausreichend verinnerlicht wurden.

Die Erarbeitung aller inhaltsbezogenen Kompetenzen folgt einem nach fachdidaktischen und entwicklungslogischen Grundlagen aufgebauten lang- und kurzwelligen Spiralprinzip. Das Spiralprinzip erstreckt sich über die einzelnen Kapitel, den Gesamtaufbau des Lehrwerks und über die Schuljahre 1 bis 4. Die Kapitel bauen teilweise aufeinander auf und weisen viele Querverbindungen auf. Diese werden im Handbuch thematisiert und berücksichtigt.

Kapitelübersicht
Die Reihenfolge der Kapitel wurde so festgelegt, dass die allgemeinen und inhaltsbezogenen Kompetenzen systematisch aufgebaut werden.

Kapitel 1 wiederholt zunächst die arithmetischen Inhalte aus Klasse 3. Analog zum Vorgehen bei der Erweiterung des Zahlenraumes bis 1 000 in der dritten Jahrgangsstufe dienen auch in der vierten Jahrgangsstufe handlungsorientierte Übungen zum Bündeln der Erweiterung des Stellenwertkonzepts im **Zahlenraum bis 1 000 000**. Im **Sachrechenmodul** erfahren die Kinder, wie sich relevante Informationen gezielt für die Aufgabenlösung bestimmen lassen.

Kapitel 2 setzt an den Vorkenntnissen zur **schriftlichen Addition** an und erweitert die Anwendung auf den Zahlenraum bis zur Million und auf das **Rechnen mit mehreren Summanden**. Darüber hinaus werden die **Rechenregeln** um das Rechnen mit Klammern erweitert. Beim Lösen von **Gleichungen und Ungleichungen** gibt es ersten Kontakt mit der Verwendung von **Variablen**.

In **Kapitel 3** werden die **Einheiten bei den Gewichten** um die **Tonne** erweitert und **Einheiten** in die größere bzw. kleinere Einheit **umgerechnet**. **Sachbezogene Rechnungen zu Gewichten** und **proportionale Zuordnungen** werden ebenso thematisiert wie **Diagramme**.

Kapitel 4 setzt am Vorwissen zu kombinatorischen Aufgabenstellungen an und baut **Hilfen zur Berechnung kombinatorischer Aufgabenstellungen** auf. **Kopfrechenstrategien und Analogien bei der Multiplikation** werden zur Vorbereitung der schriftlichen Multiplikation in Kapitel 5 wiederholt. Ergänzend zu den Sachrechenmodulen werden **Fermi-Aufgaben als problemorientierte Aufgabenformate** eingeführt, die das systematische Lösen komplexer Aufgaben trainieren und gezielt die allgemeinen mathematischen Kompetenzen fördern.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

In **Kapitel 5** wird aufbauend auf die Erfahrungen zur halbschriftlichen Multiplikation systematisch die **schriftliche Multiplikation mit ein- und mehrstelligen Zahlen** eingeführt und vertieft. Beim **Coding** wird in einfacher Art und Weise das Prinzip des Programmierens erarbeitet.

Kapitel 6 widmet sich den geometrischen Fragestellungen. Neben dem **Zeichnen im Koordinatensystem** bilden die Begriffe **parallel** und **senkrecht** die Basis, um besondere **Vierecke** wie das **Parallelogramm** zu betrachten. **Flächeninhalt** und **Umfang** werden wiederholt sowie die **Parkettierung** in Kunst und Mathematik untersucht. Der **Zirkel** wird als mathematisches Werkzeug und Zeichenwerkzeug eingeführt.

Kapitel 7 thematisiert **Teiler** und **Primzahlen** sowie die **Teilbarkeitsregeln und Analogien bei der Division**, um die **schriftliche Division mit und ohne Kommazahlen** vorzubereiten und zu erarbeiten.

In **Kapitel 8** wird der Fokus auf das **Rechnen mit Längeneinheiten** gelegt. Neben dem Rechnen mit und Umrechnen von **Kilometer**, **Meter**, **Dezimeter**, **Zentimeter und Millimeter** wird der Begriff **Maßstab** sowie das **Vergrößern** und Verkleinern erarbeitet. Darauf aufbauend werden **Grundrisse** und **Karten** näher betrachtet.

Nach einer Wiederholung der **Symmetrie** wird in **Kapitel 9** die **Drehsymmetrie** erarbeitet. Aufbauend auf den Erfahrungen zu den Körpern und Würfelnetzen wird auf **Körpernetze**, **Schrägbilder** und **Würfelgebäude** eingegangen. Der Begriff des **Rauminhalts** wird mit Einheitswürfeln erarbeitet. Die Hohlmaße **Liter** und **Milliliter** werden genauer betrachtet und bezogen auf den **virtuellen Wasserverbrauch** in einen aktuellen ökologischen Kontext gestellt.

Kapitel 10 wiederholt die **Wahrscheinlichkeitsbegriffe** und widmet sich dem **Rechnen mit Zeit in Sachrechenkontexten**.

Den inhaltlichen Abschluss des Schulbuches bildet das Kapitel **Übungen**, **Projekte**, **Merkwissen**.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

5. Literaturverzeichnis

Aster, Michael von; Lorenz, Jens Holger (Hg.) (2005): Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik; mit 9 Tabellen. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Baroody, Arthur J. (1991): Procédures et principes de comptage: leur development avant l'école. In: Jacqueline Bideaud, Claire Meljac und Jean-Paul Fischer (Hg.): Les Chemins du nombre. [Lille]: Presses universitaires de Lille (Psychologie cognitive), S. 133–148.

Bartnitzky, Horst; Hecker, Ulrich; Lassek, Maresi (Hg.) (2013): Individuell fördern – Kompetenzen stärken (ab Klasse 3). Frankfurt am Main: Grundschulverband (Beiträge zur Reform der Grundschule, 135).

Bauersfeld, Heinrich (1971): Alef 2. Handbuch zum Lehrgang. Teil 2: Wege zur Mathematik: Schroedel.

Beishuizen, Meindert (1993): Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in dutch second grades. In: *Journal for Research in Mathematics Education* 24 (4), S. 294–323.

Bezold, Angela (2010): Mathematisches Argumentieren in der Grundschule fördern. Neue Ausg. Kiel:
IPN Leibniz-Institut f. d. Pädagogik d. Naturwissenschaften an d. Universität Kiel.

Bideaud, Jacqueline; Meljac, Claire; Fischer, Jean-Paul (Hg.) (1991):
Les Chemins du nombre. [Lille]:
Presses universitaires de Lille (Psychologie cognitive).

Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich. (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i. d. F. vom 23.06.2022). https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf. gelesen am: 24.02.2023

Blum, Werner; Leiß, Dominik (2005): Modellieren im Unterricht mit der „Tanken"– Aufgabe.
In: *mathematik lehren* (128), S. 18–21.

Bönig, Dagmar (1995): Multiplikation und Division. Empirische Untersuchungen zum Operationsverständnis bei Grundschülern. Zugl.: Osnabrück, Univ., Diss.: 1993. Münster: Waxmann (Internationale Hochschulschriften, 155).

Bongartz, Thomas; Verboom, Lilo (Hg.) (2011): Fundgrube Sachrechnen. Unterrichtsideen, Beispiele und methodische Anregungen für das 1. bis 4. Schuljahr. 5. Auflage. Berlin: Cornelsen Scriptor (Lehrer-Bücherei Grundschule).

Borromeo Ferri, Rita (2007): Individual modelling routes of pupils – Analysis of modelling problems in mathematical lessons from a cognitive perspective. In: Christopher Haines (Hg.): Mathematical modelling (ICTMA 12). Education, engineering and economics; proceedings from the twelfth international conference on the teaching of mathematical modelling and applications. Chichester: Horwood Publ, S. 260–270.

Borromeo Ferri, Rita; Leiss, Dominik; Blum, Werner (2006): Der Modellierungskreislauf unter kognitionspsychologischer Perspektive. In: Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Vorträge auf der 40. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 6.3. bis 10.3.2006 in Osnabrück. Hildesheim: Franzbecker, S. 53–55.

Carniel, Dorothee; Huhmann, Tobias; Knapstein, Kordula (2003): Mathematische Denk- und Sachenrechenprobleme für die Grundschule. Unterrichtsvorschläge mit Kopiervorlagen. 1. Aufl. Donauwörth: Auer.

Cowan, Richard; Foster, Caroline M.; Al-Zubaidi, Abdulgawi S. (1993): Encouraging children to count. In: *British Journal of Developmental Psychology* 11 (4), S. 411–420. DOI: 10.1111/j.2044-835X.1993.tb00612.x.

Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM): Schriftliche Addition Link: https://kira.dzlm.de/arithmetik/schriftliches-rechnen/schriftliche-addition-0, zuletzt geprüft am 17.05.2023.

Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM): Schriftliche Subtraktion. Link: https://kira.dzlm.de/arithmetik/schriftliches-rechnen/schriftliche-subtraktion, gelesen am: 24.02.2023.

Deutsches Zentrum für Lehrkräftebildung Mathematik (DZLM): Zahl und Operationsvorstellungen. Online verfügbar unter https://kira.dzlm.de/zahlen-und-operationen/zahl-und-operationsvorstellungen/null-nichts – oder-nicht, zuletzt geprüft am 21.10.2020.

Filler, Andreas (2014): Zusammenfassende Notizen zu der Vorlesung Didaktik der Elementargeometrie. Link: https://didaktik.mathematik.hu-berlin.de/files/didgeo1_begriffe.pdf, eingesehen am 05.04.2023. Humboldt Universität Berlin.

Franke, Marianne (2003): Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule. Heidelberg: Spektrum Akad. Verl. (Mathematik Primar- und Sekundarstufe).

Franke, Marianne; Reinhold, Simone (2016): Didaktik der Geometrie in der Grundschule. 3. Auflage.
Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Online verfügbar unter http://www.lehmanns.de/midvox/bib/9783662472651.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Franke, Marianne; Ruwisch, Silke (2010): Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule. 2. Aufl. Heidelberg:
Spektrum Akad. Verl. (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II).
Online verfügbar unter
http://fox.leuphana.de/portal/ de/publications/didaktik-des-sachrechnens-in-der-grundschule(4124e9f6-2287-4012-9484-6ee88e5e9339).html.

Freesemann, Okka (2014): Schwache Rechnerinnen und Rechner fördern. Eine Interventionsstudie an Haupt-, Gesamt- und Förderschulen. Wiesbaden: Springer Spektrum (Springer eBook Collection, 16).

Friedrich-Verlag: Kopfgeometrie. Stelle dir vor… Link: https://www.friedrich-verlag.de/mathematik/geometrie/stell-dir-vor-gedankenexperimente-im-mathematikunterricht/; gelesen am 24.02.2023

Fritz, Annemarie (Hg.) (2003): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz (Beltz-Handbuch). Online verfügbar unter https://swbplus.bsz-bw.de/bsz104257156rez.htm.

Fritz, Annemarie; Ricken, Gabi; Schmidt, Siegbert (Hg.) (2009): Handbuch Rechenschwäche.
Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. 2. Auflage, erweitert und aktualisiert.
Weinheim und Basel: Beltz (Beltz Pädagogik).

Fritz, Annemarie; Ricken, Gabi; Schmidt, Siegbert (Hg.) (2017): Handbuch Rechenschwäche.
Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Julius Beltz GmbH & Co. KG. 3. Auflage. Weinheim, Basel: Beltz (Pädagogik).
Online verfügbar unter
http://www.beltz.de/de/nc/verlagsgruppe-beltz/gesamtprogramm.html?isbn=978-3-407-83188-0.

Fritzlar, Torsten (Hg.) (2010): Kompetenzen mathematisch begabter Grundschulkinder erkunden und fördern.
1. Aufl. Offenburg: Mildenberger-Verl. Online verfügbar unter
http://fox.leuphana.de/portal/de/publications/kompetenzen-mathematisch-begabter-grundschulkinder-erkunden-und-foerdern(4bf7310b-5531-400d-9c0e-f7c921e6fa49).html.

Gaidoschik, Michael: Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht. Dissertation.

Gaidoschik, Michael (2007): Vom Zählen zum Rechnen. 1. Aufl. Wien: öbvhpt (Rechenschwäche vorbeugen, 1. Schuljahr).

Gaidoschik, Michael (2009): Didaktogene Faktoren bei der Verfestigung des „zählenden Rechnens".
In: Fritz, Annemarie; Ricken, Gabi; Schmidt, Siegbert (Hg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege,
Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. 2. Auflage, erweitert und aktualisiert. Weinheim und Basel: Beltz (Beltz Pädagogik), S. 166–180.

Gaidoschik, Michael (2010): Wie Kinder rechnen lernen – oder auch nicht.
Eine empirische Studie zur Entwicklung von Rechenstrategien im ersten Schuljahr. Frankfurt: Peter Lang.

Gaidoschik, Michael (2013): Vom Zählen zum Rechnen. 1. Aufl. 2013, Nachdr. 2013 (1,03). Wien: G&G Verl.-Ges (Rechenschwäche vorbeugen, 1. Schuljahr).

Gaidoschik, Michael (2015): Einige Fragen zur Didaktik der Erarbeitung des „Hunderterraums".
In: *J Math Didakt* 36 (1), S. 163–190. DOI: 10.1007/s13138-015-0071-3.

Gaidoschik, Michael (2022): Einmaleins verstehen, vernetzen, merken.
Strategien gegen Lernschwierigkeiten.
6. Auflage. Seelze: Klett Kallmeyer (Grundschule Mathematik).

Gaidoschik, Michael (2023): Rechenschwäche – Dyskalkulie. Eine unterrichtspraktische Einführung für LehrerInnen und Eltern. Lizenzausgabe für Deutschland, 13. Auflage. Hamburg: Persen.

Gaidoschik, Michael Siegmund (2010): Die Entwicklung von Lösungsstrategien zu den additiven Grundaufgaben im Laufe des ersten Schuljahres. (:none).

Gelman, Rochel; Gallistel, Charles R. (1978): The child's understanding of number. Cambridge, Mass.: Harvard Univ. Press.

Gerster, Hans-Dieter; Schultz, Rita (2004): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Online verfügbar unter https://phfr.bsz-bw.de/files/16/gerster.pdf, zuletzt geprüft am 26.03.2022.

Götze, Daniela; Selter, Christoph; Zannetin, Elena (2020): Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders.
Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht. 2. Auflage. Hannover: Klett/Kallmeyer.

Granzer, Dietlinde (Hg.) (2009): Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule. Weinheim: Beltz (Beltz-Pädagogik). Online verfügbar unter http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=3049795&prov=M&dok_var=1&dok_ext=htm.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Haines, Christopher (Hg.) (2007): Mathematical modelling (ICTMA 12). Education, engineering and economics ; proceedings from the twelfth international conference on the teaching of mathematical modelling and applications. International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications; ICTMA. Chichester: Horwood Publ.

Häsel-Weide, Uta; Nührenbörger, Marcus (2013): Fördern im Mathematikunterricht. In: Horst Bartnitzky, Ulrich Hecker und Maresi Lassek (Hg.): Individuell fördern – Kompetenzen stärken (ab Klasse 3).
Frankfurt am Main: Grundschulverband (Beiträge zur Reform der Grundschule, 135).

Häsel-Weide, Uta; Nührenbörger, Marcus; Moser Opitz, Elisabeth; Wittich, Claudia (2019): Ablösung vom zählenden Rechnen. Fördereinheiten für heterogene Lerngruppen. 5. Auflage. Seelze: Klett Kallmeyer.

Hasemann, Klaus (2007): Anfangsunterricht Mathematik. 2. Auflage (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II).

Helmerich, Markus; Lengnink, Katja (2015): Einführung Mathematik Primarstufe – Geometrie. 1. Aufl.
2016. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II).
Online verfügbar unter http://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:bsz:31-epflicht-1531294.

Heuninck, Hilde (2014): Praxisbuch Rechenwelt bis 100. 2. Aufl. Schaffhausen: Schubi-Lernmedien (Praxisbuch Mathematik Primarstufe, 2. Schuljahr).

Heuninck, Hilde (2017): Praxisbuch Rechenwelt bis 20. Aufgaben und Spiele mit dem Dienes-Material: 5–7 Jahre. 3. Auflage. Schaffhausen: Schubi Lernmedien AG (Schubi Praxisbuch).

Jacobs, Claus; Petermann, Franz (2007): Rechenstörungen.
Göttingen: Hogrefe (Leitfaden Kinder- und Jugendpsychotherapie, 9). Online verfügbar unter http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=2913592&prov=M&dok_var=1&dok_ext=htm.

Kaufmann, Liane; Handl, Pia; Delazer, Margarete (2005): Wie Kinder rechnen lernen und was ihnen dabei hilft. In: Michael von Aster und Jens Holger Lorenz (Hg.): Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik; mit 9 Tabellen. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, S. 178–201.

Krajewski, Kristin; Schneider, Wolfgang (2007): Prävention von Rechenstörungen. In: Waldemar von Suchodoletz (Hg.): Prävention von Entwicklungsstörungen. Göttingen: Hogrefe, S. 97–114.

Krauthausen, Günter (1995): Die „Kraft der Fünf“ und das denkende Rechnen. In: Gerhard N. Müller und Erich Ch. Wittmann (Hg.): Mit Kindern rechnen. Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule – Der Grundschulverband e. V., S. 87–108.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Krauthausen, Günter: Kopfrechnen, halbschriftliches Rechnen, schriftliche Normalverfahren, Taschenrechner: Für eine Neubestimmung des Stellenwertes der vier Rechenmethoden. In: *Journal für Mathematikdidaktik* 14 (1993), H. 3/4, S. 189–219. Online verfügbar: http://math-www.uni-paderborn.de/~hartmut/AndereTexte/GKrJMD93.pdf; gelesen: 24.02.2023

Krauthausen, Günter (2003): Entwicklung arithmetischer Fertigkeiten und Strategien – Kopfrechnen und halbschriftliches Rechnen. In: Annemarie Fritz (Hg.): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz (Beltz-Handbuch), S. 80–97.

Krauthausen, Günter (Hg.) (2004): Mit Kindern auf dem Weg zur Mathematik. Ein Arbeitsbuch zur Lehrerbildung; Festschrift für Hartmut Spiegel. Unter Mitarbeit von Hartmut Spiegel. 1. Aufl. Donauwörth: Auer-Verl.

Krauthausen, Günter (2018): Einführung in die Mathematikdidaktik – Grundschule. 4. Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Online verfügbar unter http://www.springer.com/.

Krauthausen, Günter; Scherer, Petra (2007): Einführung in die Mathematikdidaktik. 3. Auflage.
München: Elsevier Spektrum Akad. Verl. (Mathematik Primar- und Sekundarstufe). Online verfügbar unter http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=2888993&prov=M&dok_var=1&dok_ext=htm.

Kunter, Mareike; Baumert, Jürgen; Blum, Werner (Hg.) (2011): Professionelle Kompetenz von Lehrkräften.
Ergebnisse des Forschungsprogramms COACTIV. Münster: Waxmann.

Leuders, Juliane; Philipp, Kathleen (Hg.) (2021): Mathematik – Didaktik für die Grundschule.
5. Auflage. Berlin: Cornelsen (Didaktik für die Grundschule).

Lorenz, Jens Holger; Radatz, Hendrik (2008): Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht.
Druck A[8]. Hannover: Schroedel.

Lüken, Miriam M.; Peter-Koop, Andrea (Hg.) (2011): Mathematischer Anfangsunterricht – Befunde und Konzepte für die Praxis. 1. Auflage. Offenburg: Mildenberger.

Mittelberg, Axel (2004): Rechenschwächen in der Hauptschule: eine Studie zu den Rechenleistungen in den Klassen 7 und 8.

Moser Opitz, Elisabeth (2007): Rechenschwäche/Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern. 1. Aufl. Bern, Stuttgart, Wien: Haupt-Verlag (Beiträge zur Heil- und Sonderpädagogik, Bd. 31).

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Moser Opitz, Elisabeth (2013): Rechenschwäche/Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern. 2. Auflage. Bern: Haupt Verlag (Beiträge zur Heil- und Sonderpädagogik, Band 31).

Moser Opitz, Elisabeth; Schmassmann, Margret (2003): Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch. 1. Aufl. Zug: Klett und Balmer.

Müller, Gerhard N.; Wittmann, Erich Ch. (Hg.) (1995): Mit Kindern rechnen. Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule – Der Grundschulverband e. V.

Ostad, Snorre A. (1998): Developmental differences in solving simple arithmetic word problems and simple number-fact problems: A comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. In: *Mathematical Cognition* (4), S. 1–19.

Padberg, Friedhelm (2005): Arithmetik. Heidelberg: Spektrum Akad. Verl. (Mathematik Primar- und Sekundarstufe, 1).

Padberg, Friedhelm; Benz, Christiane (2011): Didaktik der Arithmetik. Für Lehrerausbildung und Lehrerfortbildung. 4. erweiterte, stark überarbeitete Auflage. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Online verfügbar unter http://www.blickinsbuch.de/item/9b72c2a60d60dcce7cc829e0bf10d142.

Padberg, Friedhelm; Benz, Christiane (2021): Didaktik der Arithmetik. Fundiert, vielseitig, praxisnah. 5., überarbeitete Auflage. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II). Online verfügbar unter http://www.springer.com/.

Padberg, Friedhelm; Danckwerts, Rainer; Stein, Martin (1995): Zahlbereiche. Eine elementare Einführung. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II).

Piaget, Jean; Inhelder, Bärbel (2008): The psychology of the child. [New ed.]. New York: Basic Books.

Piaget, Jean; Szeminska, Alina (1941): Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde. Stuttgart: Klett.

Pletz, S.; Sperling, S.: Halbschriftliche Division. KIRA. DZLM. Online verfügbar unter https://kira.dzlm.de/node/126, zuletzt geprüft am 17.05.2023.

Prediger, Susanne; Selter, Christoph; Hußmann, Stephan; Nührenbörger, Marcus (Hg.) (2014): Mathe sicher können. Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Unter Mitarbeit von Birte Pöhler, Andrea Schink und Lara Sprenger. 1. Auflage. Berlin: Cornelsen. Online verfügbar unter http://mathe-sicherkoennen.dzlm.de/mskfiles/uploads/docs/BausteinB1A_L_Anteile_bestimmen.pdf.

Probst, Holger; Waniek Dorothea (2017): Kommentar – erste numerische Kenntnisse von Kindern und ihre didaktische Bedeutung. In: Annemarie Fritz, Siegbert Schmidt und Gabi Ricken (Hg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. 3. Auflage. Weinheim, Basel: Beltz (Pädagogik), S. 65–78.

Radatz, Hendrik; Schipper, Wilhelm; Dröge, Rotraut; Ebeling, Astrid (1998): Handbuch für den Mathematikunterricht. 2. Auflage. Hannover: Schroedel Verlag GmbH.

Radatz, Hendrik; Schipper, Wilhelm; Dröge, Rotraut; Ebeling, Astrid (2010): Handbuch für den Mathematikunterricht (2010). Ser. A, Dr. A8. Hannover: Schroedel (Anregungen zur Unterrichtspraxis).

Radatz, Hendrik; Schipper, Wilhelm; Dröge, Rotraut; Ebeling, Astrid (2010): Handbuch für den Mathematikunterricht. Ser. BN, Dr. B7. Hannover: Schroedel (Anregungen zur Unterrichtspraxis).

Rasch, Renate (2016): Textaufgaben für Grundschulkinder zum Denken und Knobeln. Mathematische Probleme lösen – Strategien entwickeln. 1. Auflage. Seelze: Klett/Kallmeyer.

Reiss, Kristina; Schmieder, Gerald (2006): Basiswissen Zahlentheorie. Eine Einführung in Zahlen und Zahlbereiche. 2. Aufl. Berlin: Springer Spektrum (Mathematik für das Lehramt).

Reusser, K. (1997): Erwerb mathematischer Kompetenzen: Literaturüberblick. In: Franz E. Weinert und Andreas Helmke (Hg.): Entwicklung im Grundschulalter. Weinheim: Beltz Psychologie-Verl.-Union, S. 141–155.

Ruwisch, Silke; Schaffrath, Susanne (2009): Fragenbox Mathematik. 80 Karteikarten inklusive 192 Seiten Lehrerkommentar und CD-ROM. Donauwörth: Auer Verlag.

Scherer, Petra (2005): Addition und Subtraktion im Hunderterraum. 8. Auflage. Hamburg: Persen (Sonderpädagogische Förderung, Band 2).

Scherer, Petra (2005): Multiplikation und Division im Hunderterraum. 8. Auflage. Hamburg: Persen (Sonderpädagogische Förderung, Band 3).

Scherer, Petra (2016): Zwanzigerraum. Unter Mitarbeit von Franz B. Wember. 9. Auflage. Hamburg: Persen (Sonderpädagogische Förderung, Band 1).

Schindler, H. (1997): „Aber so lange dauert doch kein Sturm". Kinder versuchen den Sinn von Kapitänsaufgaben zu erfassen. In: Die Grundschulzeitschrift 11 (102), S. 50–51.

Schipper, Wilhelm (2003): Kompetenzentwicklung beim schriftlichen Rechnen. In: Annemarie Fritz (Hg.): Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Ein Handbuch. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz (Beltz-Handbuch), S. 98–115.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Schipper, Wilhelm (2009): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Unter Mitarbeit von Christine Kleicke und Walter Uihlein. [Neuauflage], Druck A. Braunschweig: Schroedel Westermann.

Schipper, Wilhelm (2011): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Druck A². Braunschweig: Schroedel.

Schipper, Wilhelm (2017): Handbuch für den Mathematikunterricht. Druck A². Braunschweig: Schroedel.

Schipper, Wilhelm; Ebeling, Astrid; Dröge, Rotraut (2019): Handbuch für den Mathematikunterricht. Druck A³. Braunschweig: Schroedel Westermann.

Schmidt, Siegbert (2017): Arithmetische Kenntnisse am Schulanfang. Befunde aus mathematikdidaktischer Sicht. In: Annemarie Fritz, Siegbert Schmidt und Gabi Ricken (Hg.): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. 3. Auflage. Weinheim, Basel: Beltz (Pädagogik), S. 26–47.

Schmidt, Siegbert; Weiser, W. (1982): Zählen und Zahlverständnis von Schulanfängern: Zählen und der kardinale Aspekt natürlicher Zahlen. In: *Journal für Mathematikdidaktik* (3), S. 227–263.

Selter, Christoph (2000): Wie lösen Viertklässler Plus- und Minusaufgaben im Tausenderraum? Ergebnisse einer Pilotstudie. In: *Sache-Wort-Zahl* 29, S. 54–58.

Selter, Christoph; Prediger, Susanne; Nührenbörger, Marcus; Hußmann, Stephan (Hg.) (2016): Mathe sicher können. Diagnose- und Förderkonzept zur Sicherung mathematischer Basiskompetenzen. Unter Mitarbeit von Kathrin Akinwunmi, Theresa Deutscher und Corinna Mosandl. 1. Auflage. Berlin: Cornelsen.

Selter, Christoph; Zannetin, Elena (2019): Mathematik unterrichten in der Grundschule.
Inhalte – Leitideen – Beispiele. 2. Auflage. Seelze: Klett/Kallmeyer.

Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2005): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. (Jahrgangsstufe 4); [Beschluss vom 15.10.2004. Neuwied: Luchterhand (Beschlüsse der Kultusministerkonferenz).

Stebler, Rita (1999): Eigenständiges Problemlösen. Zum Umgang mit Schwierigkeiten beim individuellen und paarweisen Lösen mathematischer Problemgeschichten – theoretische Analyse und empirische Erkundigungen.
Zugl.: Zürich, Univ., Diss., 1998/99. Bern: Lang (Explorationen, 28).

Su, Fei; Spelke, Elisabeth S.; Goddard, Sydney (14): Number sense in human infants. In: *Developmental Science* (8), S. 88–101.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Suchodoletz, Waldemar von (Hg.) (2007): Prävention von Entwicklungsstörungen. Göttingen: Hogrefe.
Online verfügbar unter http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=2938185&prov=M&dok_var=1&dok_ext=htm.

Tagung für Didaktik der Mathematik (2006): Beiträge zum Mathematikunterricht 2006. Vorträge auf der 40. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 6.3. bis 10.3.2006 in Osnabrück. Hildesheim: Franzbecker.

Ulm, Volker (2010): Stochastik in der Grundschule. Vortrag auf der Tagung der Regionalkoordinatoren von „SINUS an Grundschulen". Universität Augsburg. Online verfügbar unter http://www.sinus-an-grundschulen.de/uploads/media/Workshop_Ulm_Stochastik.pdf, zuletzt geprüft am 20.07.2017.

Vygotskij, Lev Semenovic (2002): Denken und Sprechen. Psychologische Untersuchungen. Originalausgabe. Hg. v. Joachim Lompscher und Georg Rückriem. Weinheim, Basel: Beltz (Beltz-Taschenbuch Psychologie, 125).

Walther, Gerd; van den Heuvel-Panhuizen, Marja; Granzer, Dietlinde; Köller, Olaf (Hg.) (2008): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Mit CD-ROM. Humboldt-Universität zu Berlin.
Berlin: Cornelsen Scriptor (Lehrer-Bücherei).

Walther, Gerd (2008): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. [Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen, Fortbildungsideen].
1. Aufl. Berlin: Cornelsen (Lehrer-Bücherei: Grundschule).

Walther, Gerd; Granzer, Dietlinde (2009): Kompetenzmodell Mathematik. In: Dietlinde Granzer (Hg.): Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule. Weinheim: Beltz (Beltz-Pädagogik), S. 108–119.

Wartha, Sebastian; Schulz, Axel (2019): Rechenproblemen vorbeugen. 6. Auflage. Berlin: Cornelsen (Lehrerbücherei Grundschule).

Weinert, Franz E.; Helmke, Andreas (Hg.) (1997): Entwicklung im Grundschulalter. Weinheim: Beltz Psychologie-Verl.-Union.

Winter, Heinrich (2003): Sachrechnen in der Grundschule. Problematik des Sachrechnens; Funktionen des Sachrechnens; Unterrichtsprojekte. Frankfurt am Main: Cornelsen Scriptor (Lehrer-Bücherei).

Wittmann, Erich Ch.; Müller, Gerhard N. (Hg.) (2006): Das Zahlenbuch. [Neubearb.], [Grundschule], [Ausg. Berlin, Brandenburg, Bremen. Hamburg, Hessen, Mecklenburg-Vorpommern, Niedersachsen, Nordrhein-Westfalen, Rheinland-Pfalz, Saarland, Sachsen, Sachsen-Anhalt, Schleswig-Holstein, Thüringen], Druck A³. Leipzig: Klett-Grundschulverl.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40

Wittmann, Erich Christian; Müller, Gerhard N. (2015): Vom Einspluseins zum Einmaleins. 2., überarb. Aufl., [26. Dr.]. Leipzig: Klett-Grundschulbuchverl. (Handbuch produktiver Rechenübungen, Erich Ch. Wittmann; Gerhard N. Müller; Bd. 1).

Wittmann, Erich Ch.; Müller, Gerhard N. (2017): Vom Einspluseins zum Einmaleins. Neufassung, 1. Auflage.
Seelze, Stuttgart: Klett/Kallmeyer; Ernst Klett Verlag GmbH (Mathe 2000+, Band 1).

Xu, Fei (2003): Numerosity discrimination in infants: evidence for two systems of representations.
In: *Cognition* (89), S. 15–25.

Zuber, J.; Pixner, S.; Möller, K. & Nürk, H. C. (2009): On the language specificity of basic number processing: Transcoding in a language with inversion and its relation to working memory capacity.
In: *Journal of Experimental Child Psychology* 102 (1), S. 60–77.

© Mildenberger Verlag · Bestell-Nr. 4507-40